Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
Серия «Экономика и управление». Том 27 (66). 2014 г. № 4. С. 81-90.

УДК:330.131.7

ОПТИМИЗАЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕСУРСОВ НА ОСНОВЕ ПРИМЕНЕНИЯ АНТАГОНИСТИЧЕСКИХ ИГР

Королев О.Л., Сигал С.А.

Таврический национальный университет имени В. И. Вернадского, Симферополь, Республика Крым
E-mail: alekking@gmail.com

В статье предлагается теоретико-игровой метод принятия управленческих решений об оптимальном распределении ресурсов, основанный на применении антагонистических игр. Особое внимание уделяется вопросам учета неполноты информации, неопределенности, конфликтности и экономического риска, а также вопросам применения антагонистических игр с неполной информацией, совместного применения теории антагонистических игр с теорией задач линейной оптимизации с неточными данными.
Ключевые слова: принятие управленческих решений, оптимальной распределение ресурсов, антагонистическая игра, неполнота информации, неопределенность, конфликтность, экономический риск.

ВВЕДЕНИЕ

Классическая антагонистическая игра (матричная игра, то есть игра двух лиц с нулевой суммой, заданная полностью известной матрицей выигрышей первого игрока) является одной из наиболее применяемых в теории и практике экономики теоретико-игровых моделей [1-5]. Сразу отметим, что для поиска оптимального решения классической антагонистической игры (КАИ) ее, как известно, можно привести к симметричной паре взаимно-двойственных задач линейного программирования. При теоретико-игровом моделировании ситуаций принятия решений стремятся полностью определить значения всех компонент игры. Но в условиях рыночной экономики не всегда имеется такая возможность. Это приводит к тому, что неизвестны точные истинные значения некоторых (а иногда и всех) элементов платежной матрицы игры. В таких случаях теоретико-игровая модель ситуации принятия решений с фиксированными значениями элементов платежной матрицы является слишком грубой, неадекватной моделируемой ситуации и, следовательно, ее применение для принятия решений является некорректным.

Неоклассической антагонистической игрой (НАИ) будем называть игру двух лиц с нулевой суммой, заданную частично известной матрицей выигрышей первого игрока, то есть модификацию матричной игры, для которой

1. множество $\boldsymbol{I} = \{1;...;i;...;k\}$ всех чистых стратегий первого игрока задано полностью;
2. множество $\boldsymbol{J} = \{1;...;j;...;n\}$ всех чистых стратегий второго игрока задано полностью;
3. платежная матрица $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ задана частично.

Значения элементов r_{ij} — это выигрыши первого игрока (равные соответствующим проигрышам второго игрока) в условиях, когда первый игрок применил свою i-ю чистую стратегию, а второй игрок — свою j-ю чистую стратегию. То, что платежная матрица НАИ задана частично, означает следующее: среди элементов r_{ij} имеется хотя бы один, точное истинное значение которого неизвестно. Применение НАИ позволяет адекватнее моделировать, присущие современной экономике, конкуренцию, противоречивость, неопределенность, неполноту информации, конфликтность и порожденный ими экономический риск.

Игра, характеризующая ситуацию принятия решений, может представлять собой статистическую игру, в которой первый игрок — это лицо, принимающее решения (ЛПР), активно и осмысленно выбирающее свои стратегии, а второй — это «природа» (экономическая среда), случайно оказывающаяся в одном из своих возможных состояний $j \in \boldsymbol{J}$. Без ограничения общности можно считать, что платежная матрица $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = \left(r_{ij}\right)$ заданной статистической игры обладает положительным ингредиентом $\mathbf{R} = \mathbf{R}^{+}$: ЛПР стремится максимизировать значения оценок принятых решений, то есть значения соответствующих элементов платежной матрицы. Такую статистическую игру можно отождествлять с соответствующей матричной (классической или неоклассической антагонистической) игрой. Такое отождествление исходной статистической игры с соответствующей антагонистической игрой означает, по сути, комбинированное применение статистических и антагонистических игр в процессе принятия управленческих решений в экономике. Концепция комбинированного применения статистических и антагонистических игр была впервые сформулирована в работах [6, 7] А. В. Сигала.

Целью статьи является разработка теоретико-игрового метода применения антагонистических игр для принятия управленческих решений об оптимальном распределении ресурсов с учетом неполноты информации, конфликтности, неопределенности и порожденного ими риска.

ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА

Теории игр и ее применению посвящено большое количество работ, но проблема решения неоклассических антагонистических игр на настоящее время освещена недостаточно [8-11]. Поиск оптимального решения НАИ осложнен тем, что игроки действуют в условиях конфликтности, неопределенности и порожденного ими риска.

В рамках теории принятия решений в условиях риска и неопределенности возможны различные концепции поиска оптимального решения НАИ. Очевидно, одним из естественных методов поиска оптимального решения заданной НАИ является ее корректное приведение к КАИ. Оптимальное решение полученной КАИ можно интерпретировать как оптимальное решение исходной НАИ. Метод приведения заданной НАИ к соответствующей КАИ зависит от имеющей место информационной ситуации.

Антагонистической игрой (*АИ*) будем называть конечную игру двух лиц с нулевой суммой, заданную полностью или частично известной матрицей. АИ обычно называют матричными играми, т.к. платежная матрица АИ определяет саму игру: если задана платежная матрица АИ, т.е. матрица выигрышей первого игрока, то заданы и все компоненты, составляющие эту АИ. Вообще говоря, термин «антагонистическая игра» применяется в разных смыслах: в одних случаях — как синоним термина «матричная игра», в других — как название игры нескольких (возможно, более двух) лиц с нулевой суммой. Согласно введенным определениям среди АИ будем различать КАИ и НАИ.

Важно учитывать, что отождествление исходной статистической игры с соответствующей АИ не меняет свойств «природы», которая, по-прежнему, характеризуется случайным выбором собственных стратегий, т.е. своих состояний. Однако комбинированное применение статистических и антагонистических игр позволяет адекватно учитывать неполноту информации, конфликтность, неопределенность и порожденный ими экономический риск. Поэтому комбинированное применение статистических и антагонистических игр следует признать целесообразным в случаях, когда ЛПР считает, что ему не следует рисковать. К таким случаям можно отнести, например, наличие 1) кризиса; 2) предкризисной ситуации; 3) существенной несклонности ЛПР к риску и т.п.

Информационной ситуацией (ИС) I_l будем называть степень градации, характеризующую неопределенность имеющейся информации о точных истинных значениях всех неизвестных элементов r_{ij} частично заданной платежной матрицы $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = \left(r_{ij}\right)$ неоклассической антагонистической игры.

В статье [12] предложена следующая классификация ИС:

1. нулевая ИС I_0, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, измерены с существенными ошибками;
2. первая ИС I_1, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, являются возможными значениями заданных случайных величин;
3. вторая ИС I_2, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, являются возможными значениями заданных функций одного или нескольких переменных;
4. третья ИС I_3, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, удовлетворяют заданным ограничениям (например, принадлежат заданным множествам);
5. четвертая ИС I_4, когда о значениях всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, нет никакой математической информации;
6. пятая ИС I_5, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, принимают наихудшие для ЛПР (первого игрока) значения;
7. шестая ИС I_6, когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, принадлежат заданным нечетким множествам [13];
8. седьмая ИС I_7 — смешанная ИС, когда имеются хотя бы два элемента r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, при этом эти элементы могут быть разбиты хотя бы на две группы, для каждой из которых имеет место своя ИС, или

когда значения всех элементов r_{ij}, точные истинные значения которых неизвестны, являются возможными значениями заданных объектов двойной природы (например, случайных процессов).

Приведенная классификация ИС представляет собой уточненную классификацию, впервые предложенную в работе [14]. Классификация ИС, предложенная в работе [14], не содержала нулевой ИС I_0 и в значительной мере повторяла классификацию ИС для характеристики стратегии поведения «природы», предложенную Р.И. Трухаевым [15, с. 13]. Для оценки значений неизвестных элементов платежной матрицы возможно использование методов интерполирования, экстраполирования, регрессионного анализа. В работе [14] были рассмотрены простейшие методы приведения НАИ к одной или нескольким КАИ. Разумеется, эти методы приведения НАИ к КАИ существенным образом зависят от имеющей место ИС. Однако возможны и другие методы решения НАИ. Рассмотрим приведение НАИ, заданным в поле отдельных ИС, к задачам линейной оптимизации с неточными данными.

Рассмотрим сначала поиск оптимального решения НАИ, заданных в поле нулевой ИС I_0 и в поле третьей ИС I_3, когда точные истинные значения неизвестных элементов платежной матрицы принадлежат заданным интервалам. Монография [16] посвящена теории, численным методам и алгоритмам решения задач линейной оптимизации с неточными входными данными. В главе 3 этой монографии [16, с. 118-144] рассмотрены задачи интервального линейного программирования. Следовательно, в случае, когда точные истинные значения неизвестных элементов платежной матрицы принадлежат заданным интервалам, для поиска оптимального решения НАИ эту игру можно привести к паре взаимно-двойственных задач интервального линейного программирования.

Аналогично, в поле третьей ИС I_3, когда точные истинные значения неизвестных элементов платежной матрицы принадлежат заданным множествам, для поиска оптимального решения неоклассической антагонистической игры ее можно привести к паре взаимно-двойственных задач линейного программирования при задании коэффициентов в виде множеств [16, с. 145-162]. Наконец, в поле шестой ИС I_6, когда точные истинные значения неизвестных элементов платежной матрицы принадлежат заданным нечетким множествам, для поиска оптимального решения неоклассической антагонистической игры ее можно привести к паре взаимно-двойственных задач нечеткого линейного программирования [16, с. 163-224].

Итак, для поиска оптимального решения неоклассических антагонистических игр возможно применение задач линейной оптимизации с неточными данными: задач интервального линейного программирования (в поле нулевой ИС I_0 и в поле третьей ИС I_3, когда точные истинные значения неизвестных элементов платежной матрицы принадлежат заданным интервалам), задач линейного программирования при задании коэффициентов в виде множеств (в поле третьей ИС I_3, когда точные истинные значения неизвестных элементов платежной матрицы принадлежат заданным множествам), задач нечеткого линейного программирования (в поле шестой ИС I_6, когда точные истинные значения неизвестных элементов платежной матрицы принадлежат заданным нечетким множествам). Этот подход впервые был предложен в статье [17]. Одним из общепризнанных применением теории игр считается в ее использование для принятия управленческих решений об оптимальном распределении ресурсов, имеющихся в распоряжении ЛПР. Рассмотрим возможность применения задач линейной оптимизации с неточными данными при теоретико-игровом моделировании распределения ресурсов.

Рассмотрим следующую модельную ситуацию. Пусть среди имеющихся объектов (проектов) ЛПР необходимо выбрать наиболее надежные. Наиболее надежными объектами (проектами) будем считать те, которые характеризуются наибольшим уровнем возможности получения от них ожидаемой эффективности (например, наибольшим уровнем возможности получения от них ожидаемой прибыли). Множество всех имеющихся объектов (проектов) и задает множество $\boldsymbol{I} = \{1; 2;...; i;...; k\}$ всех чистых стратегий первого игрока, т.е. множество всех возможных решений ЛПР.

Множество наиболее надежных проектов (объектов) будем интерпретировать как нечеткое множество $\widetilde{\boldsymbol{I}} = \{(\mu_1/1); (\mu_2/2);...; (\mu_i/i);...; (\mu_k/k)\}$. При этом множество $\boldsymbol{I} = \{1; 2;...; i;...; k\}$ является носителем этого нечеткого множества, а значение μ_i функции принадлежности i-го элемента нечеткому множеству задает оценку надежности соответствующего проекта (объекта).

Экономическая эффективность деятельности инвестора оценивается комплексом оценок. Система оценок экономической эффективности проектов основана на иерархической системе расчетов эффективности с точки зрения всех участников инвестиционного процесса. Эта система должна учитывать динамику финансовых потоков, возникающих в процессе реализации проекта, а так же инфляцию, неопределенность, случайность, неполноту информации, конфликтность, экономический риск.

Оценка экономической эффективности проектов в постсоветских странах требует учета разных методических особенностей. Учет этих особенностей современной экономики постсоветских стран, а так же учет последствий и, особенно, причин мирового кризиса, начавшегося в 2008 году, требуют привлечения новых методов и моделей, позволяющих из всех имеющихся проектов выбрать наиболее надежные проекты, которые и подлежат реализации инвестором. Как предложено выше, само множество наиболее надежных проектов будем трактовать как нечеткое множество вида $\widetilde{\boldsymbol{I}} = \{(\mu_1/1); (\mu_2/2);...; (\mu_i/i);...; (\mu_k/k)\}$, где μ_i — значение функции принадлежности i-го проекта нечеткому множеству $\widetilde{\boldsymbol{I}}$, $i = \overline{1, k}$. Множество $\widetilde{\boldsymbol{I}}$ — это нечеткое подмножество универсального множества $\boldsymbol{I} = \{1; 2;...; i;...; k\}$ всех проектов, которые рассматриваются инвестором в этот момент времени. В данном случае, универсальное множество $\boldsymbol{I}$ — это обычное (не нечеткое) конечное множество, а главная задача инвестора — это корректное оценивание значений надежности проектов, т.е. значений меры принадлежности μ_i, $i=\overline{1,k}$, каждого проекта нечеткому множеству $\widetilde{\boldsymbol{I}}$.

Из большого количества публикаций по тематике оценки эффективности и надежности проектов хотелось бы выделить следующие работы: В.В. Витлинский [18, 19], Л.Дж. Гитман, М.Д. Джонк [20], А. Дамодаран [21], В.Н. Лившиц, С.В. Лившиц [22, 23], Ф.Дж. Фабоцци [24], У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бэйли [25], О.Ю. Шибалкин [26]. В этих работах подробно рассмотрены наиболее употребляемые показатели количественной оценки экономической эффективности проектов.

Пусть ситуация принятия инвестиционных решений характеризуется следующими составными частями:

1. $\boldsymbol{I}=\{1;2;3;4\}$ — известное множество потенциальных проектов, возможность инвестирования которых рассматривает инвестор;
2. $\boldsymbol{J}=\{1;2;3;4;5\}$ — известное множество сценариев условий реализации потенциальных проектов, возможность инвестирования которых рассматривает инвестор;
3. $\mu=\mu_{4\times5}=\left(\mu_{ij}\right)$ — частично известная матрица, элементы которой μ_{ij} задают соответствующие значения оценок функции принадлежности i-го проекта множеству наиболее надежных проектов в условиях j-го сценария.

Точные истинные значения всех элементов μ_{ij} платежной матрицы неизвестны, но на основании показателей количественной оценки экономической эффективности проектов, рассчитанных для условий разработанных сценариев, эксперты установили интервалы, которым принадлежат эти значения: $\mu_{11}\in[0{,}4;0{,}5]$, $\mu_{12}\in[0{,}4;0{,}5]$, $\mu_{13}\in[0{,}5;0{,}6]$, $\mu_{14}\in[0{,}6;0{,}7]$, $\mu_{15}\in[0{,}4;0{,}5]$, $\mu_{21}\in[0{,}5;0{,}6]$, $\mu_{22}\in[0{,}2;0{,}3]$, $\mu_{23}\in[0{,}3;0{,}4]$, $\mu_{24}\in[0{,}1;0{,}2]$, $\mu_{25}\in[0{,}6;0{,}7]$, $\mu_{31}\in[0{,}2;0{,}3]$, $\mu_{32}\in[0{,}3;0{,}4]$, $\mu_{33}\in[0{,}6;0{,}7]$, $\mu_{34}\in[0{,}4;0{,}5]$, $\mu_{35}\in[0{,}1;0{,}2]$, $\mu_{41}\in[0{,}6;0{,}7]$, $\mu_{42}\in[0{,}5;0{,}6]$, $\mu_{43}\in[0{,}6;0{,}7]$, $\mu_{44}\in[0{,}7;0{,}8]$, $\mu_{45}\in[0{,}6;0{,}7]$.

Очевидно, эту ситуацию принятия инвестиционных решений характеризует НАИ, заданная в поле третьей ИС I_3. Введем обозначение $\mathbf{A}=\mathbf{A}_{4\times5}=\left(a_{ij}\right)$ — интервальная 4 × 5-матрица [16, с. 123], которую представим в следующем виде $\mathbf{A}=\left[\underline{\mathbf{A}};\overline{\mathbf{A}}\right]=\left[\mathbf{A}_c-\Delta;\mathbf{A}_c+\Delta\right]$, где

$$\mathbf{A}_c = \left(a_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 0{,}45 & 0{,}45 & 0{,}55 & 0{,}65 & 0{,}45 \\ 0{,}55 & 0{,}25 & 0{,}35 & 0{,}15 & 0{,}65 \\ 0{,}25 & 0{,}35 & 0{,}65 & 0{,}45 & 0{,}15 \\ 0{,}65 & 0{,}55 & 0{,}65 & 0{,}75 & 0{,}65 \end{pmatrix},$$

$$\Delta = \begin{pmatrix} 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 \\ 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 \\ 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 \\ 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 \end{pmatrix}.$$

Рассмотрим КАИ, заданную полностью известной матрицей $\mathbf{A}_c$. Легко заметить, что четвертая чистая стратегия первого игрока доминирует все другие его чистые стратегии и строго доминирует его первую чистую стратегию. Это означает, что для четвертого потенциального проекта можно оценить его уровень надежности единицей: $\mu_4^* = \gamma_1 = 1$. Вычеркнув четвертую строку, упростим 4×5-матрицу $\mathbf{A}_c$ к 3×5-матрице:

$$\mathbf{A}'_c = \left(a'_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 0{,}45 & 0{,}45 & 0{,}55 & 0{,}65 & 0{,}45 \\ 0{,}55 & 0{,}25 & 0{,}35 & 0{,}15 & 0{,}65 \\ 0{,}25 & 0{,}35 & 0{,}65 & 0{,}45 & 0{,}15 \end{pmatrix}.$$

Очевидно, матрица $\mathbf{A}'_c$ содержит седловой элемент $a'_{12} = 0{,}45$, расположенный в ее первой строке. Пусть для первого потенциального проекта его уровень надежности оценен некоторым числом γ_2, значение которого удовлетворяет соотношениям $\mu_1^* = \gamma_2 < \gamma_1 = 1$. Вычеркнув первую строку, получим матрицу

$$\mathbf{A}''_c = \left(a''_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 0{,}55 & 0{,}25 & 0{,}35 & 0{,}15 & 0{,}65 \\ 0{,}25 & 0{,}35 & 0{,}65 & 0{,}45 & 0{,}15 \end{pmatrix},$$

которая не содержит седлового элемента, так как $\alpha = 0{,}15 < 0{,}35 = \beta$. Введем интервальную 2×5-матрицу $\mathbf{A}'' = \left[\mathbf{A}''_c - \Delta'';\ \mathbf{A}''_c + \Delta''\right]$, где

$$\Delta'' = \begin{pmatrix} 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 \\ 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 & 0{,}05 \end{pmatrix}.$$

Для решения НАИ, заданной интервальной 2×5-матрицей $\mathbf{A}''$, необходимо найти решения обеих задач интервального линейного программирования симметричной пары взаимно двойственных задач:

исходная задача:

$$z = \mathbf{1} \cdot \mathbf{x} = \sum_{j=1}^{5} x_j \to \max,$$

$$\mathbf{A}_c'' \cdot \mathbf{x} \le \mathbf{1},$$

$$x_j \ge 0,\ j = \overline{1,5},$$

двойственная задача:

$$f = \mathbf{1} \cdot \mathbf{y} = \sum_{i=1}^{2} y_i \to \min,$$

$$\mathbf{A}_c''^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{y} \ge \mathbf{1},$$

$$y_i \ge 0,\ i = \overline{1,2}.$$

Здесь $\mathbf{x}$ — вектор искомых переменных исходной задачи, $\mathbf{y}$ — вектор искомых переменных двойственной задачи, $\mathbf{1}$ — вектор соответствующей размерности, значением всех компонент которого является число 1.

Пусть $\mathbf{y}^* = \left(y_1^*; y_2^*\right)$ — оптимальное решение двойственной задачи, $f^* = f_{\min} = y_1^* + y_2^*$ — экстремальное значение целевой функции двойственной задачи, тогда $\mu_2^* = p_1^* = \dfrac{y_1^*}{f^*}$, $\mu_3^* = p_2^* = \dfrac{y_2^*}{f^*}$. Затем следует найти $\gamma_3 = \max\left\{\mu_2^*; \mu_3^*\right\}$ и $\mu_1^* = \gamma_2 = \dfrac{\gamma_1 + \gamma_3}{2}$. Таким образом, значения надежности всех проектов можно оценить числами $\mu_1^* = \gamma_2 = \dfrac{\gamma_1 + \gamma_3}{2}$, $\mu_2^* = p_1^* = \dfrac{y_1^*}{f^*}$, $\mu_3^* = p_2^* = \dfrac{y_2^*}{f^*}$, $\mu_4^* = \gamma_1 = 1$.

Найденные значения оценок μ_i^* надежностей рассматриваемых проектов позволят инвестору упорядочить (ранжировать) рассматриваемые потенциальные проекты и выбрать из них инвестиционные проекты, обладающие наибольшим уровнем надежности.

ВЫВОДЫ

Проведенное исследование позволяет прийти к следующим выводам.

1. С целью применения теории антагонистических игр для принятия управленческих решений об оптимальном распределении ресурсов статистическую игру можно отождествлять с соответствующей антагонистической игрой.

2. Для учета неполноты информации, неопределенности, конфликтности и порожденного ими экономического риска целесообразно применять неклассические антагонистические игры, представляющие собой конечные игры двух лиц с нулевой суммой, заданные частично известной платежной матрицей.

3. Методы решения антагонистических игр с неполной информацией зависят от имеющей место информационной ситуации. Одним из естественных и простейших методов решения неклассической антагонистической игры является ее корректное приведение к классической антагонистической игре, т.е. к конечной игре двух лиц с нулевой суммой, заданной полностью известной платежной матрицей. Решение полученной классической антагонистической игры можно интерпретировать как оптимальное решение исходной неклассической антагонистической игры. Для оценки значений неизвестных элементов платежной

матрицы возможно использование методов интерполирования, экстраполирования, регрессионного анализа.

4. Поиск оптимального решения неоклассической антагонистической игры может быть осуществлен за счет приведения ее к задачам линейной оптимизации с неточными данными.

5. Применение неоклассических антагонистических игр позволяет адекватно моделировать процесс принятия управленческих решений об оптимальном распределении ресурсов в условиях неполноты информации, неопределенности, конфликтности и порожденного ими экономического риска.

В дальнейших исследованиях планируется уделить внимание расширению сферы применения антагонистических игр для принятия управленческих решений об оптимальном распределении ресурсов, в том числе применению неоклассических антагонистических игр, заданных в поле других информационных ситуаций.

Список литературы

1. Нейман Дж. фон Теория игр и экономическое поведение / Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн ; пер. с англ. под ред. и с доб. Н. Н. Воробьева. — М. : Наука, 1970. — 707 с.
2. Романюк Т. П. Математичне програмування: навч. посібник / Т. П. Романюк, Т. А. Терещенко, Г. В. Присенко, І. М. Городкова. — К. : ІЗМН, 1996. — 312 с.
3. Воробьев Н. Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков / Н. Н. Воробьев. — М. : Наука, 1985. — 272 с.
4. Сигал А. В. Основы современной теории портфеля ценных бумаг: Учеб. пособие / А. В. Сигал. — Симферополь : КЭИ КНЭУ, 2000. — 60 с.
5. Економічний ризик: ігрові моделі: Навчальний посібник / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко, А. В. Сігал, Я. С. Наконечний. — К. : КНЕУ, 2002. — 446 с.
6. Сигал А. В. Новая концепция применения в экономике теории антагонистических игр / А. В. Сигал // Материалы международной научно-практической конференции «Экономическая политика: на пути к новой парадигме». Пятнадцатые Друкеровские чтения (5-6 июня 2013). В 2 т. Т. 2 / Под ред. Р. М. Нижегородцева, А. И. Тихонова, Н. В. Финько. — М. : Доброе слово, 2013. — С. 242-254.
7. Сигал А. В. О принятии управленческих решений в экономике на основе сочетания применения антагонистических и статистических игр / А. В. Сигал // Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем (АМУР-2013) : сб. научных трудов VII Междунар. школы-симпозиума АМУР-2013 (Севастополь, 12-21 сентября 2013). — Симферополь : ТНУ им. В. И. Вернадского, 2013. — С. 303-312.
8. Harsanyi J. C. Games with Incomplete Information Played by ‘Bayesian’ Players. Parts I-III / J. C. Harsanyi // Management Science. — 1967-1968. — No. 14. — P. 159-182, 320-334, 486-502.
9. Aumann R. J. Repeated Game with Incomplete Information / R. J. Aumann, M. Maschler. — Cambridge : MIT Press, 1995. — 360 pp.
10. Ащепков Л. Т. Ли С. Интервальные матричные игры / Л. Т. Ащепков, С. В. Гуторова, А. А. Карпачев, С. Ли // Дальневосточный математический журнал. — 2003. — Том 4, № 2. — С. 276-288.
11. Блыщик В. Ф. Решение игр с булевыми стратегиями и неполной информацией на основе синтеза ДНФ / В.Ф. Блыщик // Искусственный интеллект. — 2000. — № 2. — С. 9-12.
12. Сигал А. В. Теоретико-игровая оптимизация структуры портфеля в условиях частичной определенности / А. В. Сигал // Математическое моделирование, оптимизация и информационные технологии ; Труды докладов 2-й междунар. науч. конф. 24-26 марта 2010, Кишинэу. — С. 181-187.
13. Заде Л. А. Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде ; пер. с англ. Н. И. Ринго. — М. : Мир, 1976. — 168 с.

14. Сигал А. В. Антагонистическая игра, заданная в условиях частичной неопределенности / А. В. Сигал, В. Ф. Блыщик // Экономическая кибернетика: Международный научный журнал. — 2005. — № 5 — 6 (35-36). — С. 47-53.
15. Трухаев Р. И. Модели принятия решений в условиях неопределенности / Р. И. Трухаев. — М. : Наука, 1981. — 258 с.
16. Задачи линейной оптимизации с неточными данными / [Фидлер М., Недома Й., Рамик Я. И др.] ; пер. с англ. С. И. Кумкова под ред. С. П. Шарого. — М.-Ижевск : НИЦ Регулярная и хаотичная динамика, Институт компьютерных исследований, 2008. — 288 с.
17. Сигал А. В. О возможности применения задач линейной оптимизации с неточными данными при теоретико-игровом моделировании экономического риска / А. В. Сигал // Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем (АМУР-2012) : сб. научных трудов VI Междунар. школы-симпозиума АМУР-2012 (Севастополь, 17-23 сентября 2012). — Симферополь : ТНУ им. В. И. Вернадского, 2012. — С. 324-326.
18. Вітлінський В. В. Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику / В. В. Вітлінський. — К. : ДЕМІУР, 1996. — 212 с.
19. Вітлінський В. В. Оцінка інвестиційних проектів з урахуванням ризику / В. В. Вітлінський. — К. : КДЕУ, 1995. — 14 с. — Деп. в ДНТБ України 13.12.1995, № 2660 — Ук95.
20. Гитман Л. Дж. Основы инвестирования / Л. Дж. Гитман, М. Д. Джонк ; пер. с англ. О. В. Буклемишева, С. П. Власенко, Ю. И. Лащинской и др. ; Науч. ред. И. В. Ивашковская. — М. : Дело, 1997. — 1008 с.
21. Дамодаран А. Инвестиционная оценка. Инструменты и техника оценки любых активов / А. Дамодаран ; пер. с англ. Д. Липинского, И. Розмаинского, А. Скоробогатова ; Науч. ред. М. Чекулаев, О. Осадчая. — М. : Альпина Бизнес Букс, 2004. — 1342 с.
22. Лившиц В. Н. Макроэкономические теории, реальные инвестиции и государственная российская экономическая политика / В. Н. Лившиц, С. В. Лившиц. — М. : ЛКИ, 2008. — 248 с.
23. Лившиц В. Н. Системный анализ нестационарной экономики России (1992-2009): рыночные реформы, кризис, инвестиционная политика / В. Н. Лившиц, С. В. Лившиц. — М. : Поли Принт Сервис, 2010. — 452 с.
24. Фабоцци Ф. Управление инвестициями / Ф. Фабоцци ; пер. с англ. П. П. Бочарова, Е. В. Гаврилова, А. М. Зарецкого и. др. ; Науч. ред. Ю. Ф. Касимов. — М. : ИНФРА-М, 2000. — 960 с.
25. Шарп У. Инвестиции / У. Шарп, Г. Александер, Дж. Бэйли ; пер. с англ. А. Н. Буренина, А. А. Васина. — М. : ИНФРА-М, 2007. — 1028 с.
26. Шибалкин О. Ю. Проблемы и методы построения сценариев социально-экономического развития / О. Ю. Шибалкин. — М. : Наука, 1992. — 176 с.

Статья поступила в редакцию 10.112. 2014 г.