

УДК:330.131.7

## ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ АНТАГОНИСТИЧЕСКИХ ИГР ДЛЯ ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ В ЭКОНОМИКЕ

*Сигал А. В.*

*Таврический национальный университет имени В. И. Вернадского, Симферополь, Украина  
E-mail: [ksavo3@gmail.com](mailto:ksavo3@gmail.com)*

В статье предлагается теоретико-игровая концепция принятия управленческих решений в экономике, основанная на применении антагонистических игр. Особое внимание уделяется вопросам учёта неопределённости, неполноты информации, конфликтности и экономического риска, а также вопросам корректности применения антагонистических игр, применения антагонистических игр с неполной информацией, совместного применения теории антагонистических игр с другими разделами математики.

**Ключевые слова:** принятие управленческих решений, антагонистическая игра, неопределённость, конфликтность, неполнота информации, экономический риск.

### ВВЕДЕНИЕ

Теорию игр обычно интерпретируют как раздел исследования операций, изучающий модели конфликтов между несколькими участниками, называемыми *игроками*, и методы поиска оптимальных стратегий игроков. Например, согласно математическому энциклопедическому словарю, теория игр — это «раздел математики, предметом которого является изучение математических моделей принятия оптимальных решений в условиях конфликта. При этом под конфликтом понимается всякое явление, в котором участвуют различные стороны, называемые множествами игроков и наделённые несовпадающими интересами» [1, с. 220].

*Оптимальная стратегия игрока* — это способ его поведения, наилучшим образом соответствующий его интересам. Так как в антагонистических играх интересы игроков противоположны, то считается, что их следует применять для принятия решений только тогда, когда интересы игроков антагонистичны.

Но, эта трактовка антагонистических игр не является единственной. В той же статье математического энциклопедического словаря утверждается, что в условиях конфликта «стремление противника скрыть свои предстоящие действия порождает неопределённость» [1, с. 220]. Наоборот, неопределённость при принятии решений «можно интерпретировать как конфликт принимающего решения субъекта с природой», поэтому теория игр «может также рассматриваться как теория принятия оптимальных решений в условиях неопределённости» [1, с. 220].

По мнению Абрахама Вальда, основателя последовательного статистического анализа [2], основной моделью теоретико-игрового принятия решений в условиях неопределённости является статистическая игра. *Статистическая игра* представляет собой игру двух участников, в которой первый игрок — *лицо, принимающее решения (ЛПР)*, активно и осмысленно выбирающее свои стратегии, а второй — *«природа»* (экономическая среда), пассивно выбирающая свои чистые стратегии, т.е. случайно и неосознанно оказывающаяся в одном из своих состояний.

Д. Г. Блекуэлл и М. А. Гиршик отмечают, что теория антагонистических игр «имеет целью дать теорию рационального поведения в неизвестной ситуации, где неизвестным фактором является стратегия, выбранная разумным противником, интересы которого прямо противоположны интересам первого игрока», а статистические игры — «анализ ситуаций, в которых неизвестным фактором является состояние предположительно нейтрального внешнего мира» [3, с. 116].

Статистическую игру можно решать как в чистых стратегиях игроков, так и в их смешанных стратегиях. Для поиска оптимальной стратегии первого игрока, т.е. ЛПР, можно решить антагонистическую игру, платёжная матрица которой совпадает с функционалом оценивания (платёжной матрицей) заданной статистической игры. Это означает, что исходная статистическая игра отождествляется с соответствующей антагонистической игрой. Как известно, игры против разумного противника и статистические игры имеют одну и ту же формальную структуру [3, с. 116]. Однако отождествление антагонистических и статистических игр ранее не применялось и, как следствие, не рассматривались вопросы корректности такого отождествления.

**Целью** статьи является разработка теоретических аспектов новой концепции корректного применения антагонистических игр для принятия управленческих решений в экономике. При этом в основе этой новой концепции применения антагонистических игр лежит отождествление антагонистических и статистических игр.

Характерными чертами, отличающими предлагаемую концепцию от подходов, применяемых другими авторами, являются следующие особенности. Во-первых, предлагаемая концепция применения антагонистических игр для принятия управленческих решений в экономике ориентирована на принятие оптимальных решений, адекватно учитывающих неопределённость, неполноту информации, конфликтность и порождённый ими экономический риск. Во-вторых, предлагается применение антагонистических игр и в тех случаях, когда они не являются моделью ситуации принятия решений, что влечёт необходимость следить за корректностью применения игр. В-третьих, предлагается применение антагонистических игр совместно с другими разделами математики. В основе предлагаемой концепции применения антагонистических игр для принятия управленческих решений в экономике лежит отождествление статистической игры, моделирующей ситуацию принятия решений, с соответствующей антагонистической игрой.

*Антагонистической игрой (АИ)* будем называть конечную игру двух лиц с нулевой суммой, заданную полностью или частично известной матрицей. АИ обычно называют матричными играми, т.к. платёжная матрица АИ определяет саму игру: если задана платёжная матрица АИ, т.е. матрица выигрышей первого игрока, то заданы и все компоненты, составляющие эту АИ. Вообще говоря, термин «антагонистическая игра» применяется в разных смыслах: в одних случаях — как синоним термина «матричная игра», в других — как название игры нескольких (возможно, более двух) лиц с нулевой суммой.

Отождествление исходной статистической игры с соответствующей АИ означает, что исходная статистическая игра решается согласно максимумному

критерию крайнего пессимизма Вальда [4, с. 162-164]. Критерий Вальда для поиска оптимальной стратегии ЛПР применяют в случаях, когда нецелесообразно рисковать: например, в условиях кризиса и/или острой конкуренции. При этом соответствующая АИ не обязательно является непосредственной моделью ситуации принятия решений. Кроме того, если платёжная матрица полученной АИ задана частично, то это означает, что информация, которую имеет ЛПР, неполна, при этом неопределённость усугубляется дополнительным незнанием первым игроком значений некоторых своих выигрышей.

Важно учитывать, что отождествление исходной статистической игры с соответствующей АИ не меняет свойств «природы», которая, по-прежнему, характеризуется случайным выбором собственных стратегий, т.е. своих состояний. С одной стороны, такое отождествление обладает рядом преимуществ. С другой стороны, такое отождествление требует существенной осторожности: корректное применение АИ для принятия управленческих решений в экономике требует выполнения определённых предпосылок.

### **ИЗЛОЖЕНИЕ ОСНОВНОГО МАТЕРИАЛА**

Моделирование экономики требует учёта ряда специфических условий. В первую очередь, следует учитывать, что экономика представляет собой динамическую, слабоструктурированную сложную систему, состоящую из многих элементов. «Топливом», обеспечивающим нормальное развитие этой сложной системы, является информация. Характерными особенностями практически любой информации в социально-экономических системах являются наличие непредсказуемости, хаотичности и случайности, т.е. неопределённость, которая влияет на эффективность принимаемых решений.

*Неопределённость* — это объективная характеристика недостаточной обеспеченности процесса принятия решений знаниями о проблемной ситуации. Причины неопределённости в экономике разнообразны: это и неполнота информации, и наличие мощных информационных потоков, и динамические изменения внутренних и внешних условий развития экономики и т.д. и т.п.

Помимо неопределённости и неполноты информации любой экономической деятельности присуща конфликтность. В экономической деятельности возникают недоразумения, разногласия, напряжённые отношения, конфликты, как внутри трудовых коллективов, так и между партнерами, контрагентами, конкурентами (организациями, учреждениями и институциями). Кроме того, для процесса принятия решений типичны множественность целей и многокритериальность, что также влечёт неопределённость и конфликтность.

Таким образом, в экономике приходится осуществлять выбор наилучших альтернатив и принимать решения в условиях неопределённости, неполноты информации, конфликтности и порождённого ими экономического риска. В научной и практической литературе термин «экономический риск» трактуется по-разному. Целесообразно различать понятие «экономического риска в узком смысле», как возможности наступления нежелательных событий, и понятие «экономического риска в широком смысле», как экономической категории.

Согласно определению В. В. Витлинского [4, с. 10], *экономический риск* — это экономическая категория, отображающая характерные особенности восприятия лицом, принимающим решения, объективно существующих неопределённости и конфликтности, внутренне присущих процессам определения целей, управлению, оцениванию альтернативных вариантов действий и принятию решений. Все эти процессы отягощены возможными опасностями и неиспользованными возможностями. Экономический риск имеет диалектическую объективно-субъективную природу.

При анализе и моделировании экономического риска, количественной оценке его уровня, принятии решений с учётом риска применяют различные методы и модели. В частности, применяют теорию игр и теорию принятия статистических решений. Приведём строгие определения двух основных классов игр, применению которых и посвящена данная статья.

*Классической антагонистической игрой (КАИ)* будем называть конечную игру двух лиц с нулевой суммой, заданную полностью известной матрицей, т.е. игру, для которой 1) известно множество  $I = \{1; \dots; i; \dots; k\}$  всех чистых стратегий первого игрока; 2) известно множество  $J = \{1; \dots; j; \dots; n\}$  всех чистых стратегий второго игрока; 3) полностью известна платёжная матрица  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$  игры.

*Неоклассической антагонистической игрой (НАИ)* будем называть конечную игру двух лиц с нулевой суммой, заданную частично известной матрицей, т.е. игру, для которой 1) известно множество  $I = \{1; \dots; i; \dots; k\}$  всех чистых стратегий первого игрока; 2) известно множество  $J = \{1; \dots; j; \dots; n\}$  всех чистых стратегий второго игрока; 3) частично известна платёжная матрица  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$  игры.

Значение элемента  $r_{ij}$  — это выигрыш первого игрока в случае, когда он применил в партии игры свою  $i$ -ю чистую стратегию, а второй — свою  $j$ -ю чистую стратегию. В каждой партии АИ значение проигрыша второго игрока совпадает со значением выигрыша первого игрока.

То, что платёжная матрица НАИ известна частично, означает, что среди элементов  $r_{ij}$  матрицы  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$  имеется хотя бы один элемент, точное истинное значение которого неизвестно. Очевидно, НАИ — это простейшее обобщение КАИ, при этом КАИ представляет собой игру с полной информацией, а НАИ — игру с неполной информацией [5, 6].

Игра, моделирующая ситуацию принятия решений, часто представляет собой модель принятия статистических решений (статистическую игру) [7], т.е. игру с «природой». Без ограничения общности можно считать, что платёжная матрица  $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$  статистической игры обладает положительным ингредиентом ( $\mathbf{R} = \mathbf{R}^+$ ), т.е. ЛПП стремится максимизировать значения оценок  $r_{ij}$  эффективности реализации своих решений.

Итак, для поиска оптимальной стратегии ЛПП исходную статистическую игру будем отождествлять с соответствующей АИ, т.е. с АИ, заданной той же самой

платёжной матрицей  $\mathbf{R} = \mathbf{R}^+ = \mathbf{R}_{k \times n}^+ = (r_{ij}^+)$ . Эту АИ далее будем называть АИ, характеризующей ситуацию принятия решений.

Отождествление статистической игры с соответствующей АИ даёт ряд преимуществ. Такое отождествление позволяет упорядочить (по степени их предпочтительности) все имеющиеся чистые стратегии ЛПР. Более того, такое отождествление позволяет сформировать оптимальную смешанную стратегию ЛПР, если их использование возможно и экономически целесообразно (например, при диверсификации). Наконец, такое отождествление позволяет не проводить многошаговые эксперименты, что позволяет экономить финансовые средства.

Решив АИ, характеризующую ситуацию принятия решений, можно найти оптимальные стратегии игроков и цену игры. Пусть  $\mathbf{p} = (p_1; \dots; p_i; \dots; p_k)$ ,  $\mathbf{q} = (q_1; \dots; q_j; \dots; q_n)$  — векторы, характеризующие стратегии игроков,  $\mathbf{p}^* = (p_1^*; \dots; p_i^*; \dots; p_k^*)$ ,  $\mathbf{q}^* = (q_1^*; \dots; q_j^*; \dots; q_n^*)$  — векторы, характеризующие их оптимальные стратегии. Тогда, согласно определению Нэша [8] ситуация равновесия (оптимальное решение) АИ определяется соотношениями:

$$\sum_{i=1}^k p_i = 1, \quad (1)$$

$$p_i \geq 0, \quad i = \overline{1, k}, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n q_j = 1, \quad (3)$$

$$q_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}, \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (r_{ij} \cdot p_i \cdot q_j^*) \leq V_{\mathbf{R}}^* = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (r_{ij} \cdot p_i^* \cdot q_j^*) \leq \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (r_{ij} \cdot p_i^* \cdot q_j), \quad (5)$$

где  $V_{\mathbf{R}}^*$  — цена игры. При этом компоненты  $p_i^*$ ,  $q_j^*$  векторов, характеризующих оптимальные стратегии игроков, также обязаны удовлетворять всем соотношениям (1)-(4). Именно соотношения (5) и определяют ситуацию равновесия (седловую точку) АИ (её оптимальное решение).

Как отмечалось выше, корректное применение АИ для принятия управленческих решений в экономике требует выполнения определённых предпосылок. К таким предпосылкам можно отнести следующие требования.

1. Наличие двух участников (игроков), хотя бы один из которых (первый игрок) обязательно должен активно и осмысленно выбирать свои решения.
2. ЛПР, т.е. первый игрок, должно иметь не менее двух различных чистых стратегий, из которых следует сформировать его оптимальную, возможно смешанную, стратегию.
3. Возможность представления имеющейся информации в виде матрицы выигрышей первого игрока.

4. Возможность экономической интерпретации чистых и смешанных стратегий обоих игроков.

5. Наличие необходимой информации, в том числе сведений об имеющей место ситуации.

6. Возможность экономической интерпретации оптимального решения соответствующей АИ, в частности компонент оптимальных стратегий игроков соответствующей АИ, её цены, а также их найденных значений.

7. Возможность реализации оптимального решения соответствующей АИ (оптимальной стратегии первого игрока) в виде управленческого решения.

8. Возможность обоснования экономической эффективности управленческого решения, принятого на основе оптимального решения соответствующей АИ.

Если нарушено хотя бы одно из этих требований, применение АИ для принятия управленческих решений нецелесообразно, а часто и невозможно. Применение АИ, когда нарушено хотя бы одно требование, может привести к неверным выводам, принятию неоптимального решения, нежелательным для ЛПП последствиям.

Применение НАИ для принятия управленческих решений в экономике позволяет лучше учесть неопределённость, неполноту информации, конфликтность и порождённый ими экономический риск, а также оптимизировать уровень экономического риска. Хотя игры с неполной информацией изучаются с середины XX века [5, 6], разработанные методы их решения громоздки, требуют привлечения сложного аппарата. Возможны различные концепции решения НАИ. Ниже будет рассмотрен один из естественных и простейших методов поиска оптимального решения НАИ, основанный на корректном приведении её к соответствующей КАИ.

Для оценки значений неизвестных элементов платёжной матрицы возможно использование методов интерполирования, экстраполирования, регрессионного анализа. Решение полученной КАИ можно интерпретировать как оптимальное решение исходной НАИ. Возможные методы преодоления неполноты информации, т.е. методы приведения НАИ к КАИ, зависят от имеющей место информационной ситуации относительно неопределённости истинных значений неизвестных элементов платёжной матрицы.

*Информационной ситуацией (ИС)  $I_1$*  будем называть определённую степень градации, характеризующую неопределённость значений элементов  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны.

Классификацию ИС можно представить в следующем виде.

1. ИС  $I_0$ , когда значения всех элементов  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны, измерены с существенными ошибками.

2. ИС  $I_1$ , когда значения всех элементов  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны, являются возможными значениями (реализациями) заданных случайных величин (СВ).

3. ИС  $I_2$ , когда значения всех элементов  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны, являются возможными значениями заданных функций одной или нескольких переменных.

4. ИС  $I_3$ , когда значения всех элементов  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны, удовлетворяют заданным ограничениям (например, принадлежат заданным множествам).

5. ИС  $I_4$ , когда о значениях всех элементов  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны, нет никакой математической информации.

6. ИС  $I_5$ , когда значения всех элементов  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны, принимают наихудшие для первого игрока (ЛПР) значения. Пятую ИС следует применять для моделирования экономики в условиях, когда ЛПР считает нецелесообразным рисковать: в условиях жёсткой конкуренции, в условиях кризиса, в условиях предкризисной ситуации или в случае, когда отношение ЛПР к риску характеризуется несклонностью к риску.

7. ИС  $I_6$ , когда значения всех элементов  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны, принадлежат заданным нечётким множествам [9].

8. ИС  $I_7$  — смешанная ИС, когда имеются хотя бы два элемента  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны, при этом все эти элементы могут быть распределены хотя бы на две группы, для каждой из которых имеет место своя собственная ИС, или когда значения всех элементов  $r_{ij}$ , точные истинные значения которых неизвестны, являются возможными значениями заданных объектов двойной природы. К объектам двойной природы можно отнести, например, случайные процессы [10], которые можно интерпретировать и как совокупность СВ, и как совокупность неслучайных (обычных) функций.

Приведённая классификация ИС представляет собой расширенную (за счёт введения нулевой ИС) и уточнённую (для формулировки понятия седьмой ИС) классификацию, впервые предложенную в работе [11]. Классификация ИС, предложенная в работе [11], в значительной мере повторяла классификацию ИС относительно неопределённости поведения экономической среды, предложенную Р. И. Трухаевым [7, с. 13].

При решении НАИ во многих случаях неизвестные элементы платёжной матрицы могут быть заменены их наиболее типичными (и/или наиболее важными) значениями, после чего следует решать соответствующую КАИ, заданную полученной полностью известной матрицей (или несколько соответствующих КАИ). Кратко перечислим возможные методы преодоления неполноты информации в поле каждой ИС.

1. В поле ИС  $I_0$  целесообразно проведение исследований, позволяющих повысить точность оценок истинных значений неизвестных элементов.

2. В поле ИС  $I_1$  все неизвестные элементы можно заменить значениями определённых (одних и тех же) числовых характеристик соответствующих СВ (например, их математическими ожиданиями).

3. В поле ИС  $I_2$  все неизвестные элементы можно заменить значениями соответствующих функций для наиболее типичных значений их аргументов.

4. В поле ИС  $I_3$  все неизвестные элементы можно заменить их наиболее типичными с экономической точки зрения значениями, удовлетворяющими заданным ограничениям.

5. В поле ИС  $I_4$  все неизвестные элементы можно заменить их наиболее типичными с экономической точки зрения значениями.

6. В поле ИС  $I_5$  все неизвестные элементы можно заменить значениями, минимизирующими значение платёжной функции  $V_R = \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^n (r_{ij} \cdot p_i \cdot q_j)$ , если эта функция ограничена на области допустимых значений неизвестных элементов платёжной матрицы при условии выполнения соотношений (1)-(4).

7. В поле ИС  $I_6$  следует применить какой-либо метод дефаззификации, т.е. метод преобразования нечёткого множества в чёткое число. Например, все неизвестные элементы можно заменить значениями соответствующих средневзвешенных величин. В условиях этой ИС неизбежно потребуются совместное применение теории антагонистических игр и нечёткой математики.

8. В поле ИС  $I_7$  для каждой отдельной группы неизвестных элементов следует применять свой подход, характерный для соответствующей ИС. Если же все неизвестные элементы представляют собой возможные значения заданных случайных функций, то замена всех случайных функций их конкретными сечениями переводит ситуацию из поля ИС  $I_7$  в поле ИС  $I_1$ , а замена всех случайных функций их конкретными реализациями — в поле ИС  $I_2$ .

Очевидно, поиск оптимального решения НАИ может включать решение нескольких КАИ. Для окончательного выбора оптимального решения исходной НАИ можно применить методы исследования операций, распознавания образов, теории полезности. Кроме того, важно использовать имеющуюся информацию экономического и другого нематематического характера.

Итак, согласно предлагаемой концепции принятие управленческих решений в экономике состоит из выполнения восьми этапов следующей схемы:

1. формирование множества  $I$  всех чистых стратегий первого игрока, т.е. множества решений, которые ЛПП может реализовывать при однократном принятии решения;

2. формирование множества  $J$  всех чистых стратегий второго игрока, т.е. множества возможных состояний «природы» (множества сценариев);

3. построение функционала оценивания  $\mathbf{R}_{k \times n}^+ = (r_{ij}^+)$  статистической игры, моделирующей ситуацию принятия управленческих решений, где  $r_{ij}$  — оценка эффективности применения  $i$ -й чистой стратегии в условиях  $j$ -го сценария;

4. отождествление статистической игры с АИ, характеризующей ситуацию принятия решений, т.е. с АИ, которую задаёт платёжная матрица  $\mathbf{R}_{k \times n}^+ = (r_{ij}^+)$ ;



5. решение АИ, характеризующей ситуацию принятия решений, при этом если она является НАИ, то её решение следует начинать с определения имеющей место ИС относительно неопределённости значений элементов платёжной матрицы, точные истинные значения которых неизвестны;

6. экономическая интерпретация оптимального решения АИ, характеризующей ситуацию принятия решений;

7. обоснование экономической эффективности оптимального решения АИ, характеризующей ситуацию принятия решений;

8. принятие оптимального управленческого решения.

В основе корректного применения принятого управленческого решения, основанного на оптимальном решении АИ, характеризующей ситуацию принятия решений, лежит возможность экономической интерпретации оптимального решения соответствующей АИ, в частности, возможность экономической интерпретации компонент оптимальных стратегий игроков, цены соответствующей АИ и их найденных значений. Экономические интерпретации оптимального решения соответствующей АИ могут быть самыми различными. В каждом конкретном случае следует учитывать экономическое содержание исходной ситуации принятия управленческих решений. Рассмотрим наиболее распространённые экономические интерпретации оптимального решения АИ.

Классической интерпретацией компонент оптимальных стратегий игроков является их трактовка как вероятностей применения чистых стратегий игроков при многократном повторении партий игры [12, 13]. Однако, в случае принятия управленческих решений такая интерпретация допустима только, если ЛПР имеет возможность вновь и вновь принимать решения (ситуация принятия управленческих решений многократно повторяется и имеется возможность каждый раз применять любую из чистых стратегий, не зависимо от ранее реализовавшихся решений). Например, в случае применения антагонистических игр для принятия управленческих решений в аграрном секторе в силу чёткой периодичности сельскохозяйственных работ, как правило, именно так можно трактовать значения компонент оптимальной стратегии  $\mathbf{p}^* = (p_1^*; \dots; p_i^*; \dots; p_k^*)$  первого игрока (ЛПР).

Теоретико-игровые модели нашли широкое применение для решения задач оптимального распределения имеющихся ресурсов между разными активами. Собственно, распределение ресурсов представляет собой диверсификацию деятельности. Научной основой диверсификации является современная теория портфеля. При теоретико-игровом моделировании задачи выбора структуры портфеля эффективный портфель активов может быть найден на основе решения АИ, заданной платёжной матрицей, элементы которой представляют собой, например, наблюдавшиеся значения норм прибыли выбранных активов. В этом случае при выполнении определённых требований [4, с. 317-379] значения компонент оптимальной стратегии первого игрока задают значения долей, в которых инвестору следует распределить имеющиеся средства между имеющимися активами. При этом оптимальная смешанная стратегия  $\mathbf{p}^* = (p_1^*; \dots; p_i^*; \dots; p_k^*)$  первого игрока будет задавать структуру эффективного портфеля, а вернее,

портфеля, обладающего наименьшим уровнем риска, оценённого дисперсией нормы прибыли портфеля. Но, следует учитывать, что при нарушении соответствующих требований вектор  $\mathbf{p}^* = (p_1^*; \dots; p_i^*; \dots; p_k^*)$  не всегда задаёт структуру эффективного (оптимального по Парето) портфеля.

Портфель активов по своей природе можно рассматривать как своеобразную смесь различных инструментов, взятых в определённых пропорциях, а доли активов, образующих данный портфель, — как удельные веса данных инструментов в этой смеси. Таким образом, в определённых случаях значения компонент оптимальных стратегий можно интерпретировать как удельные веса ингредиентов, образующих некоторую смесь.

Нередко чистые стратегии первого игрока (возможные решения ЛПР) представляют собой объекты или проекты, которые необходимо упорядочить, например, по их надёжности. В этом случае множество наиболее надёжных объектов (проектов) можно считать некоторым нечётким множеством, носителем которого является множество чистых стратегий первого игрока (ЛПР)  $I = \{1; \dots; i; \dots; k\}$ , при этом значения компонент оптимальной стратегии первого игрока, по сути, задают значения функции принадлежности рассматриваемому нечёткому множеству для соответствующих объектов (проектов) [4, с. 64-65]. Например, в случае выбора наиболее надёжных потенциальных заёмщиков именно значения компонент  $p_i^*$  оптимального решения  $\mathbf{p}^* = (p_1^*; \dots; p_i^*; \dots; p_k^*)$  первого игрока позволяют оценить уровень надёжности (вернее, относительной репутации) каждого из потенциальных заёмщиков и уточнить точное значение индивидуальной величины процентной ставки в случае выдачи банком кредита заёмщику [14]. При этом формула для вычисления уровня надёжности соответствующего потенциального заёмщика имеет вид  $\mu_i = C \cdot p_i^*$ ,  $i = \overline{1, k}$ , где  $C = 1/\max_i p_i^*$ .

Наконец, чистые стратегии первого игрока (возможные решения ЛПР) могут представлять собой различные критерии, характеризующие эффективность работы (функционирования) выбранного объекта или проекта. При этом для этих критериев известны значения рейтингов (или, например, потенциалов) для нескольких временных периодов или значения рейтингов, определённых разными экспертами. В этом случае имеющуюся совокупность значений разных критериев для разных периодов (или экспертов) можно свести к интегральному показателю эффективности работы (функционирования) выбранного объекта или проекта. В качестве такого интегрального показателя эффективности работы (функционирования) выбранного объекта или проекта можно использовать значение цены соответствующей игры [15].

Следует отметить ещё один важный аспект применения предлагаемой концепции. Применение АИ, особенно НАИ, для принятия решений в экономике требует совместного применения теории АИ с другими разделами математики: теорией вероятностей и математической статистикой (ИС  $I_1$ ), теорией случайных

процессов (ИС  $I_7$ ), эконометрией (ИС  $I_4$ ), нечёткой математикой (ИС  $I_6$ ), конкретной математикой, экспертными процедурами, энтропийным подходом и т.д.

## **ВЫВОДЫ**

Проведённое исследование позволяет прийти к следующим выводам.

1. С целью применения теории антагонистических игр для принятия управленческих решений в экономике модель принятия статистических решений (статистическую игру) можно отождествлять с соответствующей антагонистической игрой. При этом полученная антагонистическая игра не обязательно является моделью рассматриваемого процесса принятия решений. В таких случаях она часто лишь характеризует этот процесс.

2. Для учёта неопределённости, неполноты информации, конфликтности и порождённого ими экономического риска целесообразно применять неоклассические антагонистические игры, представляющие собой конечные игры двух лиц с нулевой суммой, заданные частично известной платёжной матрицей.

3. Методы решения антагонистических игр с неполной информацией зависят от имеющей место информационной ситуации. Одним из естественных и простейших методов решения неоклассической антагонистической игры является её корректное приведение к классической антагонистической игре, т.е. к конечной игре двух лиц с нулевой суммой, заданной полностью известной платёжной матрицей. Решение полученной классической антагонистической игры можно интерпретировать как оптимальное решение исходной неоклассической антагонистической игры. Для оценки значений неизвестных элементов платёжной матрицы возможно использование методов интерполирования, экстраполирования, регрессионного анализа.

4. Поиск оптимального решения неоклассической антагонистической игры может включать решение нескольких классических антагонистических игр. Для окончательного выбора оптимального решения исходной неоклассической антагонистической игры может потребоваться применение методов исследования операций, распознавания образов, теории ожидаемой полезности. Кроме того, важно использовать имеющуюся информацию экономического и другого нематематического характера.

5. Применение неоклассических антагонистических игр позволяет адекватно моделировать процесс принятия управленческих решений в условиях противоречивости, неопределённости, неполноты информации, конфликтности, многокритериальности, альтернативности и порождённого ими экономического риска. Экономические интерпретации компонент оптимальных стратегий игроков и цены соответствующей антагонистической игры зависят от экономического содержания исходной ситуации принятия управленческих решений.

В дальнейших исследованиях планируется уделить внимание расширению сферы применения антагонистических игр для принятия управленческих решений в экономике, в том числе применению антагонистических игр в стратегическом менеджменте.

## Список литературы

1. Математический энциклопедический словарь / Гл. ред. Ю. В. Прохоров; Ред. кол.: С. И. Адян, Н. С. Бахвалов, В. И. Битюцков, А. П. Ершов, Л. Д. Кудрявцев, А. Л. Онищик, А. П. Юшкевич. — М. : Сов. энциклопедия, 1988. — 847 с.
2. Wald A. Statistical Decision Functions / A. Wald // Ann. Math. Statist. — 1949. — Vol. 20. — No. 2. — P. 165-205.
3. Блекуэлл Д. Теория игр и статистических решений / Д. Блекуэлл, М. А. Гиршик ; пер. с англ. И. В. Соловьева ; под ред. Б. А. Севастьянова. — М. : ИЛ, 1958. — 374 с.
4. Економічний ризик: ігрові моделі / В. В. Вітлінський, П. І. Верчено, А. В. Сігал, Я. С. Наконечний ; За ред. д-ра екон. наук, проф. В. В. Вітлінського. — К. : КНЕУ, 2002. — 446 с.
5. Aumann R. J. Repeated Game with Incomplete Information / R. J. Aumann, M. Maschler. — Cambridge : MIT Press. 1995. — 360 pp.
6. Harsanyi J. C. Games with Incomplete Information Played by 'Bayesian' Players. Parts I-III / J. C. Harsanyi // Management Science. — 1967-1968. — No. 14. — P. 159-182, 320-334, 486-502.
7. Трухаев Р. И. Модели принятия решений в условиях неопределенности / Р. И. Трухаев. — М. : Наука, 1981. — 258 с.
8. Nash J. F. The Bargaining Problem / J. F. Nash // Econometrica. — 1950. — 18. — P. 155-162.
9. Zadeh L. A. Fuzzy Sets / L. A. Zadeh // Information and Control. — 1965. — Vol. 8. — P. 338-353.
10. Карлин С. Основы теории случайных процессов / С. Карлин ; пер. с англ. В. В. Калашникова ; под ред. И. Н. Коваленко. — М. : Мир, 1971. — 536 с.
11. Сигал А. В. Антагонистическая игра, заданная в условиях частичной неопределенности / А. В. Сигал, В. Ф. Блыщик // Экономическая кибернетика: Международный научный журнал. — 2005. — № 5-6 (35-36). — С. 47-53.
12. Воробьев Н. Н. Теория игр для экономистов-кибернетиков / Н. Н. Воробьев. — М. : Наука, 1985. — 272 с.
13. Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение / Дж. фон Нейман, О. Моргенштерн ; пер. с англ. под ред. и с доб. Н. Н. Воробьева. — М. : Наука, 1970. — 707 с.
14. Линь Сэнь О некоторых причинах финансового кризиса и путях совершенствования процесса кредитования / Линь Сэнь, А. В. Сигал // Ученые записки Таврического национального университета имени В. И. Вернадского. — 2008. — Том 21 (60). № 2. Экономика. — С. 69-79.
15. Сігал А. В. Теоретико-ігровий алгоритм визначення інтегральної оцінки загального потенціалу підприємства / А. В. Сігал, Г. І. Половінкіна // Анализ, моделирование, управление, развитие экономических систем ; Труды Междунар. школы-симпозиума АМУР-2007 (Севастополь, 12-16 сентября 2007). — Симферополь : ОО «ДЭН», 2007. — С. 183-190.

**Сігал А. В. Застосування теорії антагоністичних ігор для прийняття рішень в економіці / А. В. Сігал // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія «Економіка і управління». — 2013 — Т. 26 (65). № 1. - С. 137-148.**

У статті пропонується теоретико-ігрова концепція прийняття управлінських рішень в економіці, яка заснована на застосуванні антагоністичних ігор. Особлива увага приділяється питанням врахування невизначеності, неповноти інформації, конфліктності та економічного ризику, а також питанням коректності застосування антагоністичних ігор, застосування антагоністичних ігор з неповною інформацією, спільного застосування теорії антагоністичних ігор з іншими розділами математики.

**Ключові слова:** прийняття управлінських рішень, антагоністична гра, невизначеність, конфліктність, неповнота інформації, економічний ризик.

*Статья поступила в редакцию 02. 09. 2013 г.*