Ученые записки Таврического национального университета имени В.И. Вернадского
Серия «Экономика и управление». Том 24 (63). 2011 г. № 1. С. 164-181.

УДК 519 : 681

ЭВОЛЮЦИОННЫЕ СТРАТЕГИИ ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ ФИНАНСОВЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Попов В. Б.

Таврический национальный университет имени В.И.Вернадского, Симферополь, Украина

Рассматриваются вопросы, связанные с проблемой оценки качества кредитного портфеля коммерческих банков. Исследуются современные эвристики, а именно, эволюционные генетические алгоритмы, решающие задачу оптимизации.
Ключевые слова: генетический алгоритм, модель оптимизации, кредитный портфель, условная и безусловная оптимизация.

1. АКТУАЛЬНОСТЬ РАБОТЫ

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ. Качество кредитного портфеля – один из важнейших показателей деятельности коммерческого банка, непосредственно влияющих на его финансовую устойчивость и надежность. Оно характеризует, прежде всего, качество банковского управления, налаженность взаимоотношений между банком, его клиентами и другими финансово-кредитными институтами, а также состояние банковской системы в целом. В связи с тем, что до сих пор в теории и практике банковского дела не сложилось адекватного отношения к проблеме оценки качества кредитного портфеля, этот вопрос вызывает повышенный интерес у разнообразных пользователей, включая клиентов банка, кредитных аналитиков, управляющих, менеджеров, регулирующих и законодательных органов. Предпосылкой возникновения проблемы для оценки качества кредитного портфеля является сама специфика деятельности коммерческих банков на рынке финансовых услуг. Поэтому при ее характеристике следует анализировать непосредственно особенности банковской деятельности. При определении качества кредитного портфеля следует исходить из совокупности критериев, оказывающих на него непосредственное влияние: степени и вида кредитного риска, уровня ликвидности, уровня доходности. Значимость этих критериев будет изменяться в зависимости от условий, места функционирования кредитной организации, а также целей, стратегии и особенностей функционирования, отдельных видов кредитных операций и рисков по ним. На основе критериев возможны комплексный анализ и оценка качества кредитного портфеля банка. Под качеством кредитного портфеля обычно понимают комплексное определение, характеризующее эффективность формирования кредитного портфеля коммерческого банка с точки зрения доходности, степени кредитного риска и обеспеченности. Степень кредитного риска, в свою очередь, зависит от финансового положения заемщика, качества обслуживания долга, от имеющейся в распоряжении кредитной организации информации о любых рисках заемщика, включая сведения о внешних обязательствах заемщика, о функционировании рынка, на котором работает заемщик.

Степень изученности вопроса. Достаточно широкий круг научных работ посвящен принципам построения моделей формирования и оптимизации кредитного портфеля, возможности адаптации классических моделей и их модификаций к решению существующих проблем. Однако нынешняя ситуация в рассматриваемой предметной области показывает, что проблема не снята и требуются дальнейшие научные разработки в указанном направлении. Особенно актуальным является применение новых оптимизационных стратегий оптимизации, в частности, различные эволюционные стратегии.

Целью данного исследования является разработка концептуальной эволюционной модели и практических рекомендаций по оптимизации кредитных портфелей современных коммерческих банков с учетом факторов риска. Актуальным также является разработка и построение экономико-математической модели процесса формирования кредитного портфеля коммерческого банка, которая позволяет в динамике прогнозировать ликвидность финансовых потоков и оптимизировать процесс распределения свободных денежных средств. Для решения задачи оптимизации обосновывается и предлагается использование эволюционных алгоритмов, в частности, генетического алгоритма.

2. ЭВОЛЮЦИОННЫЕ ЭВРИСТИКИ

Исторические этапы возникновения и обоснования применения эволюционного генетического моделирования можно охарактеризовать следующим образом. Выделим следующие важнейшие работы в области развития эволюционных генетических эвристик. К одним из первых публикаций, которые можно отнести к генетическим алгоритмам, принадлежат работы Баричелли Н.А. Его публикации "Symbiogenetic evolution processes realised by artificial methods" (1957), "Numerical testing of evolution theories" (1962) были направлены, прежде всего, на понимание природного феномена наследственности. В дальнейшем в 60-е годы И. Рехенберг [1] предложил использовать методы “органической эволюции” в решении ряда научных и технических задач. Конкретно, он выдвинул идею решения оптимизационных проблем в аэродинамике, применяя мутации к вектору вещественнозначных параметров. Эта процедура стала известна под названием эволюционной стратегии (Evolution Strategies) [1]. История эволюционных вычислений началась с разработки ряда различных независимых моделей. Основными из них были генетические алгоритмы и классификационные системы Голланда (Holland), опубликованные в начале 60-х годов и получившие всеобщее признание после выхода в свет монографии, ставшей классикой в этой области, – "Адаптация в естественных и искусственных системах" ("Adaptation in Natural and Artifical Systems", 1975). Большой вклад в развитие эволюционного программирования внесли Фогель и Уолш. Несмотря на разницу в подходах, каждая из этих "школ" взяла за основу ряд принципов, существующих в природе, и упростила их до такой степени, чтобы их можно было реализовать на компьютере. В 1966 году Л.Дж. Фогель, А.Дж. Оуэнс, М.Дж. Уолш [2] предложили и исследовали эволюцию простых автоматов, предсказывающих символы в цифровых последовательностях. В 1981 году Швефель [3] при исследовании гидродинамических задач ввел рекомбинации в эволюционные стратегии, выполнил сравнительный анализ с классическими методами оптимизации. Примерно в то же время независимо выполнялись исследования Л. Фогелем [2, 4] при решении задачи эволюции искусственного интеллектуального автомата с конечным числом состояний, используя метод, названный эволюционным программированием (Evolutionary Programming). Основателем современной теории генетических алгоритмов считается Д. Холланд. Однако сначала его интересовала, прежде всего, способность природных систем к адаптации, а его главной целью было создание такой системы, которая могла бы приспосабливаться к любым условиям окружающей среды. Д. Холланд впервые предложил алгоритм, который известен как упрощенный «репродуктивный план Д. Холланда» [5, 6]. «Репродуктивный план Д. Холланда» изложен Д. Йонгом в [7, 8, 9]. В работе Д. Йонга был проведен анализ операторов эволюционного процесса. К ним относятся кроссинговер, инверсия, мутация и др. Предложен ряд функций, которые стали эталоном для проведения компьютерных экспериментов с использованием различных эволюционных стратегий и алгоритмов. Предложенная математическая модель эволюционного процесса представляется как способность «лучших» индивидуумов оказывать большее влияние на состав новой популяции на основе длительного выживания из более многочисленного потомства. Канонический генетический алгоритм (Canonical Genetic Algorithm, CGA) был впервые описан Д. Гольдбергом на основе работ Д. Холланда. Как уже отмечалось выше, в 1975 году Холланд публикует свою самую знаменитую работу «Adaptation in Natural and Artificial Systems». В ней Холланд впервые ввёл термин «генетический алгоритм» и предложил схему классического генетического алгоритма (Canonical Genetic Algorithms). Джон Холланд [5] анализировал класс репродуктивных систем методом, который в настоящее время известен как генетический алгоритм (CGA, Canonical Genetic Algorithms). Дополняют классификацию эволюционных алгоритмов работы Л. Крамер [10], Д. Хиклин [11], Г. Фуджики [12], результаты которых обобщил и расширил Д. Коза [13,14]. Предложенный метод назвали генетическим программированием (Genetic Programming). Надо отметить и работы учеников Д. Холланда. К. Де Йонг [7, 8, 9] и Дэвид Голдберг – внесли огромный вклад в развитие генетических алгоритмов. Наиболее известная работа Голдберга – «Genetic algorithms in search optimization and machine learning» [15]. В дальнейшем понятие «генетические алгоритмы» стало очень широким, и зачастую к ним относятся алгоритмы, сильно отличающиеся от классического генетического алгоритма. В настоящее время эволюционные алгоритмы довольно хорошо себя зарекомендовали в различных приложениях при решении оптимизационных задач [16, 17, 18]. Среди отечественных работ можно выделить следующие разработки в области оптимизации. В 70-х годах в рамках теории случайного поиска Растригиным Л.А. [27] был предложен ряд алгоритмов, использующих идеи бионического поведения особей. Развитие этих идей нашло отражение в цикле работ Букатовой И.Л. по эволюционному моделированию. Развивая идеи Цетлина М.Л. о целесообразном и оптимальном поведении стохастических автоматов, Неймарк Ю.И. предложил осуществлять поиск глобального экстремума на основе коллектива независимых автоматов, моделирующих процессы развития и элиминации особей.

В данной работе исследуется применение генетического алгоритма к решению задачи оптимизации кредитного портфеля. Генетические алгоритмы относятся к так называемым эволюционным методам поиска, моделирующим процессы естественной эволюции. Эволюционные алгоритмы являются стохастическими алгоритмами глобального поиска и используются для решения различных задач оптимизации, в том числе и для задач оптимизации сложных систем. Каждый индивид в генетическом алгоритме представляет собой решение, закодированное определенным образом. Обычно решение представляется в виде бинарной строки, что позволяет генетическому алгоритму эффективно решать задачи псевдобулевой оптимизации. Совокупность таких индивидов в фиксированный момент времени составляет популяцию. Этап эволюционного развития индивидов характеризуется номером поколения, в котором в данный момент времени находятся индивиды. Индивиды последующей популяции (потомки) получаются путем наследования признаков своих родителей (рекомбинация или кроссинговер) и случайного изменения их генотипа, известного в природе как мутация. Каждый индивид в генетическом алгоритме характеризуется некоторым числом (пригодностью), обозначающим меру его адаптации к окружающей среде. Для вычисления пригодности индивида используется фитнесс-функция.

3. ЗАДАЧИ ПСЕВДОБУЛЕВОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Многие проблемы в экономике, банковском деле, промышленности, а также проблемы управления сложными техническими объектами, производственными процессами приводят к необходимости решения задач условной оптимизации с булевыми переменными. Например, задача нахождения набора кредитных заявок, известная как задача формирования кредитного портфеля банка в [19] решается как поток задач условной оптимизации псевдобулевых функций. В [20] рассматривается проблема автоматизации планирования товарного ассортимента торговых предприятий, которая сводится к решению многокритериальной задачи псевдобулевой оптимизации с ограничениями. В теории оптимизации задачами псевдобулевой оптимизации называются задачи оптимизации вещественных функций, определенных на множестве булевых переменных. Известно несколько эффективных схем для решения задач псевдобулевой оптимизации, в которых целевая функция и ограничения заданы аналитическими выражениями. Это алгебраические методы, где наиболее известный алгоритм – это базовый алгоритм Хаммера [21, 22]. К алгоритмам оптимизации относятся различные методы с применением релаксации, методы линеаризации и многие другие. Но в практических задачах очень часто целевая функция, а иногда и ограничения заданы алгоритмически или описываются как результаты наблюдений на выходе исследуемой системы. Именно для таких случаев разрабатываются эволюционные эвристические методы. В [23, 24, 25] была проведена классификация псевдобулевых функций и построены не улучшаемые на конкретных классах задач регулярные алгоритмы безусловной псевдобулевой оптимизации. В основу большинства этих алгоритмов был положен локальный поиск как наиболее универсальный метод дискретной оптимизации. Однако возможности точных методов весьма ограничены, особенно при решении задач большой размерности. Для многих классов задач дискретной оптимизации, встречающихся на практике, не разработано эффективных (полиномиальных) точных алгоритмов. К тому же, использование регулярных алгоритмов возможно только при наличии априорных сведений о свойствах целевого функционала. Это приводит к необходимости разработки и исследования приближенных алгоритмов для получения субоптимального решения. В дискретной оптимизации для функций, заданных алгоритмически, широкое распространение получили случайный поиск [26, 27] и различные адаптивные поисковые процедуры – эволюционные и генетические алгоритмы, алгоритм имитации отжига, алгоритм колонии муравьев, поведения толпы и другие эвристики.

Формальная постановка задачи условной псевдобулевой оптимизации выглядит следующим образом: $F(\mathbf{x}) \to extr$, где $F: S \to \mathbf{R}$. $S \subset \mathbf{B}_2^n$ – некоторая подобласть пространства булевых переменных, определяемая заданной системой ограничений.

Одной из задач псевдобулевой оптимизации является задача о рюкзаке. Под задачей о рюкзаке обычно понимается следующая задача целочисленного линейного программирования с матрицей, имеющей одну строку:

$$\sum_{j=1}^{n} c_j x_j \to \max, \ \sum_{j=1}^{n} w_j x_j \le W, \ x_j \in Z^+ \ \textit{либо} \ x_j \in \{0,1\}.$$

Такая задача максимизации возникает, когда нужно заполнить рюкзак вместимости W предметами, имеющими наибольшую возможную пользу. В [28] рассматриваются для случая $c_j = w_j$, *где* $j = 1,2,...,n$ два варианта – целочисленный и булевский.

Целочисленный рюкзак. Даны целые числа c_j, *где* $j = 1,2,...,n$ *и* W. Спрашивается, существуют ли такие целые числа $x_j \ge 0$, $j = 1,2,...,n$, что $\sum_{j=1}^{n} c_j x_j = W$.

Бинарный рюкзак (0-1 рюкзак). Даны целые числа c_j, *где* $j = 1,2,...,n$ *и* W. Спрашивается, существуют ли такое подмножество S множества $\{1,2,...,n\}$, что $\sum_{j \in S} c_j = W$.

Там же [28] доказывается, что эти задачи (теорема 15.8, следствие 2) NP-полны**.**

В общем случае бинарная задача формулируется следующим образом. Пусть имеется *n* предметов. Рассмотрим *n* бинарный вектор $\mathbf{x} = (x_1, x_2, ..., x_n)$, где $x_i = 1$, если предмет *i* выбран и 0 в противном случае. Далее, если p_i это ценность предмета *i*, w_i – его вес (т.е., требуемый ресурс) и W – это вместимость рюкзака (другими словами, общее ресурсное ограничение), то задача состоит в том, чтобы найти такой бинарный вектор $\mathbf{x}$, который максимизирует целевую функцию

(функцию ценности) среди всех возможных векторов $\mathbf{x}$, удовлетворяющих ресурсному ограничению. Математическая модель при этом выглядит следующим образом: $\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \to \max$, $\sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W$, $x_i \in \{0,1\}$.

Очень часто похожие задачи необходимо решать в экономических приложениях, комбинаторике, в различных предметных областях прикладной математики, теории сложности вычислений и криптографии. Также задача о рюкзаке естественным образом возникает в тех случаях, когда имеет место распределение ресурсов с ограничениями. На практике чаще всего встречается приведенная выше задача о *0-1* рюкзаке (также называемая бинарной), где каждый предмет может быть или выбран и помещен целиком, или не включен в набор, что отличает ее от дробной задачи о рюкзаке. Бинарная задача о рюкзаке является частным случаем ограниченной задачи о рюкзаке (Bounded Knapsack problem), в которой существует ограниченное количество элементов каждого типа (в бинарном случае – только один предмет каждого типа). Еще раз отметим, что бинарная задача о рюкзаке является NP-трудной. Она за полиномиальное время приводится к задаче о разбиении, являющейся базовой NP-трудной задачей [29]. Поэтому поиск решения задачи сводится обычно к получению эвристического алгоритма, в частности, эффективными являются эволюционные генетические алгоритмы.

4. ПРОБЛЕМА ФОРМИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ БАНКА

Проблема формирования оптимального кредитного портфеля при наличии жестких ограничений по суммам имеющихся в наличии свободных кредитных ресурсов, их стоимости, процентным ставкам на выдаваемые кредиты, срокам привлечения ресурсов, максимальному размеру кредита на одного заемщика является главной и постоянной операцией, которую выполняют специалисты банка. От правильности этих решений зависит финансовая стабильность банка. Серьезные проблемы с ликвидностью, которые могут испытывать банки, требуют повышения эффективности технологического процесса управления формированием активных и пассивных операций. Для этого необходимо привлечение современных математических методов анализа данных, в частности, весьма эффективно применение эволюционных методов.

Задача формирования оптимального кредитного портфеля банка определяется следующим образом. Главной целью проблемы является формирование оптимального кредитного портфеля при наличии жестких ограничений по суммам имеющихся в наличии свободных кредитных ресурсов, их стоимости, процентным ставкам на выдаваемые кредиты, срокам привлечения ресурсов, максимальному размеру кредита на одного заемщика. Математическая модель задачи формирования кредитного портфеля банка оптимизирует его по критериям [напр., см. 30]: доходность кредитования; риск невозврата; ликвидность временной структуры активов–пассивов. Формирование кредитного портфеля производится путем формирования кредитных портфелей в каждом из временных интервалов, на которые поделена временная структура баланса банка, $i = 1,\ldots,T$. Для формализованной записи критерия получения максимальной доходности от проводимых банком кредитных операций при соблюдении требования минимизации риска невозврата вводятся следующие обозначения: W_i – сумма свободных пассивов, которыми располагает банк в i-*ый* момент времени; k_{ij} – сумма кредита, запрашиваемая j-м заемщиком, $j = 1,\ldots, J_i$ с погашением долга в i-*ом* временном интервале, $i = 1,\ldots,T$; t_{ij} – временной период размещения средств в k_{ij} – кредит; x_{ij} – булева переменная, принимающая значения: 1, если кредит k_{ij} выдается, и 0, если заявка на получение кредита отклоняется банком; d_{ij} – проценты за пользование k_j -ом кредитом (предполагается, что d_j выплачиваются единовременно с возвратом самого кредита); P_{ij} – вероятность невыполнения заемщиком обязательств по возврату кредита и процентов по нему $k_{ij} + k_{ij}d_{ij}$.

Интуитивно понятно, что можно выделить два варианта обслуживания долга заемщиком: полный возврат суммы кредита и процентов по нему в установленный срок, полное отсутствие платежей в погашение кредита и процентов по нему. Выдача кредитов рассматривается не только как доходный инструмент банка, но и как инструмент, позволяющий повысить ликвидность временной структуры активов–пассивов банка. С этой целью полагают, что пассивы из временного интервала i в случае их недоиспользования не могут быть инвестированы в кредиты из других временных интервалов. Поэтому остаток суммы пассивов из i-*го* временного интервала, равный $W_i - \sum_{j\in J} k_{ij}x_{ij}$, принимает участие в формировании кредитного портфеля с $d_{ij} = 0$ и $P_{ij} = 0$, где J – множество индексов принятых кредитных заявок. Ожидаемые проценты от комбинации кредитных заявок будут определяться по следующей формуле:

$$E(x_{ij}) = \sum_{j\in J}(1 + d_{ij}t_{ij})k_{ij}x_{ij} .$$

Таким образом, целевая функция задачи максимизации дохода может быть представлена в следующем виде:

$$E(x_{ij}) \to max .$$

Ограничение, накладываемое на объем выдаваемых кредитов в i-*ом* временном интервале:

$$\sum_{j=1}^{J_i} k_{ij}x_{ij} \le W_i .$$

Рискованность рассматриваемой кредитной заявки:

$$R(x_{ij}) = \frac{1}{|J|} \sum_{j\in J} P_{ij}x_{ij}.$$

Таким образом, целевая функция задачи минимизации кредитного риска может быть представлена в следующем виде:

$$R(x_{ij}) \to \min .$$

Для оценки ликвидности используется следующий подход [30].

Решениям, которые превышают свободные ресурсы, назначается большой остаток средств и они, таким образом, оказываются малопригодными по функции ликвидности. Решения, которые имеют наименьший остаток средств, являются более пригодными.

$$L(x_{ij}) = \begin{cases} +\infty, \ \ если \ \ \sum_{j=1}^{J_i} k_{ij} x_{ij} > W_i \\ -\sum_{j=1}^{J_i} k_{ij} x_{ij} + W_i, \ \ если \ \ \sum_{j=1}^{J_i} k_{ij} x_{ij} \le W_i \end{cases}$$

Другой вариант оценки ликвидности.

Основная идея второго подхода – использовать информацию от недопустимых индивидов в ходе оптимизации. Например, недопустимый индивид может иметь очень хорошее значение прибыли и будет корректировать в сторону увеличения допустимого индивида с очень плохой прибылью. Это теоретически может помочь найти допустимого индивида с хорошей прибылью.

$$L(x_{ij}) = \begin{cases} \sum_{j=1}^{J_i} k_{ij} x_{ij} - W_i, \ \ если \ \ \sum_{j=1}^{J_i} k_{ij} x_{ij} > W_i \\ 0, \ \ если \ \ \sum_{j=1}^{J_i} k_{ij} x_{ij} \le W_i \end{cases}$$

Для оценки ликвидности имеем $L(x_{ij}) \to \min$.

Таким образом, в данном случае получаем задачу условной оптимизации с бинарными переменными. В более сложной модели, когда рассматривается не только сам факт выдачи/невыдачи кредита, но и возможные варианты кредитования, переменные могут быть разнотипными – бинарными и целочисленными. Известно, что для решения оптимизационных NP-трудных проблем эффективными могут оказаться различные эволюционные эвристики. Однако одним из недостатков классических эволюционных алгоритмов является отсутствие механизма учета ограничений оптимизационной задачи. Можно указать несколько возможных методов непосредственного решения этой проблемы.

Задачи условной оптимизации при решении стараются свести к задачам безусловной оптимизации. Одним из методов, например, является метод штрафных функций. Основная идея методов штрафных функций состоит в преобразовании задачи условной оптимизации в задачу безусловной оптимизации или в последовательность задач безусловной оптимизации.

5. ЗАДАЧИ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ И МЕТОД ШТРАФНЫХ ФУНКЦИЙ

Сущность этих методов состоит в том, что задача с ограничениями сводится к задаче без ограничений путем добавления к целевой функции штрафной функции. Смысл штрафной функции состоит в том, что она удерживает минимизируемую функцию, которая является суммой функции и штрафной функции, в области допустимых решений. Затем находится минимум последовательности вспомогательных задач с использованием методов безусловной оптимизации, в пределе он будет равен минимуму исходной задачи. Все алгоритмы, основанные на штрафных функциях, отличаются видом построения штрафной функции и последующим методом безусловной оптимизации. Явный недостаток методов штрафных функций необходимость пересчета множителей вспомогательной функции на каждой итерации. Для точного их пересчета нужно найти точный минимум вспомогательной функции, что не позволяют сделать методы безусловной оптимизации, которые находят лишь приближенный оптимум. Для преодоления второго недостатка используются разного рода модификации методов штрафных функций.

Пусть решается задача условной оптимизации. Классическая задача условной оптимизации определяется следующим образом:

$$Z = f(\mathbf{x}) \to extr\ ,\ c_j(\mathbf{x}) > 0,\ j = 1,2,...,m\ .$$

Можно построить функцию штрафа $P(\mathbf{x})$ следующим образом:

$$P(\mathbf{x}) = r\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{c_j(\mathbf{x})}$$, где *r>0* – коэффициент штрафа.

Тогда можно записать новую целевую функцию в виде

$$\varphi(\mathbf{x},r) = f(\mathbf{x}) + r\sum_{j=1}^{m}\frac{1}{c_j(\mathbf{x})}\ .$$

Если $\mathbf{x}$ принимает допустимые значения, т.е. $c_j(\mathbf{x}) > 0,\ j = 1,2,...,m$, то $\varphi(\mathbf{x},r)$ принимает значения, которые больше $f(\mathbf{x})$, но разность можно уменьшить за счет того, что *r* может быть очень малой величиной. Но если $\mathbf{x}$ хотя и допустим, но очень близок к границе (хотя бы одна из функций $c_j(\mathbf{x})$ близка к нулю), то значения функции $P(\mathbf{x})$, а значит, и функции $\varphi(\mathbf{x},r)$ становятся очень большими. Так $P(\mathbf{x})$ создает "гребень с крутыми краями" вдоль каждой границы области ограничений. Следовательно, если поиск начинается из допустимой точки и производится поиск минимума функции $\varphi(\mathbf{x},r)$ без ограничений, то минимум будет достигаться внутри допустимой области для задачи с ограничениями. Полагая *r* достаточно малой величиной для того, чтобы влияние $P(\mathbf{x})$ было достаточно малым в точке минимума, можно сделать точку безусловного минимума функции $\varphi(\mathbf{x},r)$ сколь угодно близкой к точке условного минимума функции $f(\mathbf{x})$. Решая последовательность задач безусловной оптимизации с уменьшающимся *r*, можно получить приближенное решение задачи условной оптимизации. На этом основан так называемый **SUMT**-метод – алгоритм последовательной безусловной оптимизации. Метод SUMT (sequential unconstrained minimisation technique) был впервые предложен в 1961 году и развит в [31]. В методе SUMT минимизируется функция следующего вида для последовательности значений *r* стремящейся к 0:

$$P(\mathbf{x}, r) = f(\mathbf{x}) + r \sum_{k=1}^{m} \frac{1}{g_k(\mathbf{x})}.$$

Для применения метода безусловной оптимизации нужно задать начальное значение $r = r_0$. Затем применить к функции $P(\mathbf{x}, r_0)$ метод безусловной (это может быть, например, любой из градиентных методов). Затем уменьшают значение r в общем случае на k-*ом* шаге $r_{k+1} = r_k / 10$. Последовательно минимизируют функции $P(\mathbf{x}, r_k)$, до тех пор, пока разность значений штрафной функции на предыдущем и последующем этапах не будет меньше некоторого заданного достаточно малого числа. Найденное на последнем этапе оптимальное значение функции $P(\mathbf{x}, r)$ и будет решением исходной задачи с ограничениями. Данный метод очень чувствителен к начальному выбору r_0. При малом значении r_0 функция $P(\mathbf{x}, r)$ будет быстро меняться в окрестности минимума. При большом значении r_0 штрафная функция в выражении $P(\mathbf{x}, r)$ может стать доминирующей. Предполагается, что r_0=1 дает хорошие результаты в общем случае. Штрафная функция, приведенная выше, называется барьерной.

Другой вид барьерной функции (логарифмическая барьерная функция):

$$P(\mathbf{x}) = -r \sum_{j=1}^{m} \ln c_j(\mathbf{x}).$$

Эта барьерная функция вообще не определена за пределами допустимой области.

Штрафные функции могут иметь и другой вид. Например, для ограничений-равенств имеем:

- квадратичная штрафная функция

$$P(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m} c_j^2(\mathbf{x}),$$

- абсолютная штрафная функция

$$P(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m} \left| c_j(\mathbf{x}) \right|,$$

- штрафная функция, позволяющая учитывать "важность" ограничений

$$P(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{m} (c_j(\mathbf{x}))^{2k_j},\ k_j = 1,2,3,\ldots.$$

Если в постановке задачи присутствуют ограничения-равенства $h_j(\mathbf{x})$ и ограничения-неравенства $g_j(\mathbf{x})$ одновременно, т.е. задача имеет следующий вид

$$f(\mathbf{x}) \to extr,\ g_i(\mathbf{x}) \le 0, i = 1,\ldots,r,\ h_j(\mathbf{x}) = 0,\ j = r+1,\ldots,m,$$

то штрафная функция может быть записана, например, в виде:

$$P(\mathbf{x}) = \sum_i (\max(g_i(\mathbf{x}),0))^2 + \sum_j (h_j(\mathbf{x}))^2,$$

либо

$$P(\mathbf{x}) = \sum_i \max(g_i(\mathbf{x}),0) + \sum_j \left|h_j(\mathbf{x})\right|.$$

Недостатки метода: определяется только локальный минимум, трудности одномерного поиска, к примеру, не везде определена функция, не позволяют использовать стандартные методы. Также к недостаткам относится ярко выраженный овражный характер штрафной функции вблизи границы. Используют следующие возможные пути преодоления: мультистарт, специальные методы одномерного поиска, использование на предварительных этапах гибридных методов в сочетании с алгоритмами, имеющими хорошие свойства локальной сходимости, и овражными алгоритмами.

6. КОМБИНИРОВАННЫЕ МЕТОДЫ МНОЖИТЕЛЕЙ ЛАГРАНЖА

Методы множителей Лагранжа применяется при решении задач нелинейного программирования, возникающих во многих областях (например, в экономике, экологии и др.). Методы Лагранжа основаны на решении системы нелинейных уравнений и неравенств, к которой сводятся необходимые условия оптимальности в задаче условной оптимизации. Пусть задана задача условной оптимизации.

$f(\mathbf{x}) \to extr$, $\mathbf{x} \in X$, $X = \{\mathbf{x} \in X_0 \,|\, g_j(\mathbf{x}) \le 0,\ j = 1,2,...,r,\ g_j(\mathbf{x}) = 0,\ j = r+1,...,m\}$

где X_0 заданное множество ограничений. Функции $f(\mathbf{x}),\ g_j(\mathbf{x}),\ j = 1,2,...,m$ определены на X_0. Возможны ситуации, когда отсутствуют ограничения типа неравенств или равенств

Функция Лагранжа задается следующим образом.

$$\mathbf{L}(\mathbf{x},\lambda) = \lambda_0 f(\mathbf{x}) + \sum_{j=1}^{m} \lambda_j g_j(\mathbf{x}).$$

Далее нужно найти частные производные и затем решить систему из $n+m$ уравнений

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial x_i} = 0, \quad i = 1,...,n, \qquad \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \lambda_j} = 0, \quad j = 1,...,m.$$

Всякое решение системы уравнений определяет точку $\mathbf{x}_0$, в которой может быть экстремум функции $f(\mathbf{x})$. Решив систему уравнений, получим все точки, в которых исходная функция может иметь экстремальные значения. Дальнейшее исследование найденных точек проводят так же, как и в случае безусловного экстремума. Следует особо подчеркнуть, что этот метод позволяет найти лишь необходимые условия существования экстремума для непрерывных функций, имеющих к тому же непрерывные производные. Можно отметить некоторые особенности замены решения задачи условной минимизации решением задачи безусловной оптимизации. Предлагаемая замена приводит к решению задачи безусловной минимизации вместо решения более сложной задачи с ограничениями типа равенств и неравенств, образующими множество X. В отличие от метода внешних штрафных функций вместо последовательности решения задач безусловной минимизации для нахождения решения исходной задачи с ограничениями достаточно решить задачу безусловной минимизации функции $\mathbf{L}(\mathbf{x},\lambda)$. В процессе поиска минимума функции $\mathbf{L}(\mathbf{x},\lambda)$ используется информация о значениях исходной функции $f(\mathbf{x})$ только на множестве допустимых значений X. Поэтому останов процесса поиска на любом шаге дает возможность определить значение функции $f(\mathbf{x})$ на множестве X даже в случае, когда $\mathbf{x} \notin X$, и тем самым получить некоторое допустимое приближение решения исходной задачи условной минимизации. Минимизацию функции $\mathbf{L}(\mathbf{x},\lambda)$ можно проводить стандартными методами безусловной минимизации. Надо отметить, что существенным недостатком методов Лагранжа является то, что для их сходимости к оптимальному решению требуется иметь хорошее начальное приближение. Методы Лангранжа сходятся локально. Для того, чтобы расширить область сходимости, их нужно комбинировать с другими методами, которые обладают свойством глобальной сходимости. Очень часто целевая функция решаемой задачи не может быть представлена аналитически, поэтому для учета ограничений используют статические штрафы [32], динамические штрафные функции [33].

В работе [33] вводится следующая динамическая функция для определения фитнесс-функции пригодности индивида во время итерации $\boldsymbol{t}$:

$$\Psi(\mathbf{x}) = f(\mathbf{x}) + \delta(Ct)^{\alpha} \sum_{j=1}^{m} \varphi(\beta,\mathbf{x}),$$

где C, α и β – константы, определяемые исследователем в основном экспериментальным путем, $\delta \in \{-1,+1\}$ – параметр алгоритма.

Функция $\varphi(\beta,\mathbf{x})$ определена следующим образом:

$$\varphi(\beta,\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{r} Q_i^{\beta}(\mathbf{x}) + \sum_{j=r+1}^{m} Q_j(\mathbf{x}), \text{ где}$$

$$Q_i(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, \ g_i(\mathbf{x}) \le 0, \ 1 \le i \le r \\ |g_i(\mathbf{x})|, \ \textit{в противном случае} \end{cases}$$

$$Q_{\mathrm{j}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0, \ g_j(\mathbf{x}) = 0, \ r+1 \le j \le m \\ |g_j(\mathbf{x})|, \ \textit{в противном случае} \end{cases}$$

Данный метод увеличивает размер штрафа в зависимости от номера поколения. Качество работы данного метода чувствительно к изменению параметров α и β.

В общем случае такие задачи условной оптимизации относятся к классу NP–сложных. Для них наиболее эффективными являются методы решения, основанные на эвристиках. Эффективными эвристики являются и для задач безусловной оптимизации.

7. СПЕЦИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ КРЕДИТНОГО ПОРТФЕЛЯ БАНКА

Из-за ограниченности кредитного ресурса банка возникает задача выбора запросов для размещения их в кредитном портфеле. Необходимо сформировать кредитный портфель, который обеспечивает банку максимальный суммарный доход от его кредитных ресурсов в конкретный момент времени. Пусть $x_i = 1$, если *i-й* кредитный запрос будет внесен в кредитный портфель, в противном случае – $x_i = 0$. Величина кредитного ресурса банка ограничена. Пусть все кредитные запросы разбиты на кластеры по определенному критерию с помощью какого-либо алгоритма кластеризации. При этом кредитная заявка выполняется для одного запроса из каждого кластера. В данном случае релевантным будет представление, в основе которого лежит следующая модель.

Эта модель называется базовой версией блочной задачи. Данная задача является расширением задачи о рюкзаке.

Максимизировать $U = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j$.

При условии $\sum_{j=1}^{n} w_j x_j \le W$, $\sum_{j \in N_k} x_j = 1, \quad k = 1,...,r$,

$x_j \in \{0,1\}$, $j \in N = \{1,...,n\} = \bigcup_{k=1}^{r} N_k$, $N_q \cap N_l = \varnothing, \quad \forall q \ne l$.

Условие $\sum_{j \in N_k} x_j = 1, \quad k = 1,...,r$ означает, что кредит выдается для одного запроса из кластера, w_j – размер *j-го* займа, W – кредитный ресурс банка, p_j – доход с *j-го* займа. Эта задача также является NP-трудной.

Пусть вместо полезности (ценности) p_j имеем вектор возможных предложений из m элементов $(p_j^1, p_j^2, ..., p_j^m)$. В зависимости от предложений можно вместо общего кредитного ресурса банка W использовать вектор W^m. Предлагаемая задача формирования кредитного портфеля состоит в следующем.

Пусть n количество кредитных запросов, m – размерность векторов p_j, $j = 1,...,m$, w_j – размер *j-го* займа, W_j^m – кредитный ресурс для j-го предложения. Требуется максимизировать величину

$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} p_{ij} x_{ij} \to \max$$

при ограничениях $x_{ij} \in \{0,1\}$, $i = 1,...,n, \; j = 1,...,m$, $\sum_{j=1}^{m} x_{ij} = 1$, $i = 1,...,n$, $\sum_{i=1}^{n} w_i x_{ij} \le W_j, \; j = 1,...,m$.

Необходимо найти матрицу размещения кредитных запросов X, обеспечивающую максимум целевой функции при заданных ограничениях.

Частным случаем данной задачи является многомерная задача о рюкзаке, поэтому она является NP-трудной.

Для решения бинарной задачи о ранце существует алгоритм динамического программирования. Задача о ранце

$$\sum_{i=1}^{n} p_i x_i \to \max, \qquad \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \le W, \qquad x_i \in \{0,1\}$$

решается с помощью погружения исходной задачи в параметризованное семейство подзадач

$$t(r,w) = \max\{\sum_{i=1}^{r} p_i x_i \,,\ \sum_{i=1}^{r} w_i x_i \le w, \quad x_i \in \{0,1\},\ i = 1,...,r\},$$

где $t(0,0) = 0, r = 0,...,n;\ w = 0,...,W$.

Задачи этого семейства $\{t(r,w)\}$ связаны с помощью рекуррентного соотношения Беллмана

$$t(r+1,w) = \max\{t(r,w), t(r,w-w_j) + p_{k+1}\},\ r = 0,...,n-1,\ \textit{где}\ \ t(0,0)=0\,.$$

В настоящее время существует и разрабатывается множество различных эвристических алгоритмов для решения этих задач. Например, существуют достаточно эффективные эволюционные стратегии и генетические алгоритмы.

8. ЭВРИСТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Одними из наиболее эффективных эволюционных алгоритмов в настоящее время являются канонический генетический алгоритм (CGA), его различные модификации и новейшие развития эволюционных стратегий, например, коэволюционный генетический алгоритм. Основной особенностью этих эвристик является то, что они работают с бинарными переменными, т.е. решение задачи должно быть предварительно приведено к бинарному виду.

В общем виде работу канонического генетического алгоритма CGA для решения описанных задач можно представить следующим образом:

1. Инициализировать случайным образом популяцию решений.
2. С помощью оператора селекции выбрать наиболее пригодную часть популяции (родителей) для порождения потомков.
3. Применить оператор кроссинговера (crossover operator) – сгенерировать новые решения.
4. Новые решения (потомков) подвергнуть мутации.
5. Из популяции родителей и потомков сформировать новую рабочую популяцию.
6. Повторять шаги 2–5, пока не выполнится условие останова.

Во время выполнения генетический алгоритм генерирует все больше оптимальных индивидов, т.е. решения задачи, все более близкие к оптимальным значениям. В научной литературе показано [например, см. 18], что генетический алгоритм обладает сходимостью по вероятности к оптимальному решению.

Фитнесс функции для оценки индивидуума популяции выбираются следующим образом. Пусть классическая задача условной оптимизации определяется следующим образом:

$$f(\mathbf{x}) \to extr, \quad g_j(\mathbf{x}) \le 0,\ j = 1,...,r, \quad h_j(\mathbf{x}) = 0,\ j = r+1,...,m.$$

Фитнесс функция задается в виде функции штрафов.

В общем случае пригодность индивида $\mathbf{x}_i$ вычисляется по формуле:

$$\Psi(x_i) = f(x_i) + \delta\lambda(t)\sum_{j=1}^{m} f_j^{\beta}(x_j),$$

где t – номер текущего поколения; $\delta \in \{-1,+1\}$, δ = 1, если решается задача минимизации, δ = −1 , если решается задача максимизации; $f_j(x_j)$ – штраф за нарушение *j-го* ограничения *i-м* индивидом; λ(*t*), β – параметры генетического алгоритма; $\Psi(x_i)$ – фитнесс функция для вычисления пригодности *i-го* индивида.

В частности, при использовании метода динамических штрафов:

$$\Psi(x_i) = f(x_i) + \delta(Ct)^{\alpha}\sum_{j=1}^{m} f_j^{\beta}(x_j)$$

$$f_j(x) = \max\{0, g_j(x)\}, \qquad j = 1...r$$

$$f_j(x) = \left|h_j(x)\right|, \qquad j = r+1,...,m$$

Параметры алгоритма α, β часто определяются экспериментально. Зависят от предметной области. Параметр *C* для каждой задачи подбирается индивидуально. Данный метод считается наиболее эффективным в рассматриваемых задачах. В последнее время широко развивается и применяется для решения практических задач так называемый коэволюционный генетический алгоритм. Коэволюционный генетический алгоритм использует особую модель эволюции, в которой несколько популяций решений развиваются параллельно и независимо друг от друга. Из каждой популяции выбираются наиболее пригодные индивидуумы, качество которых оценивается тем, насколько оптимальным является решение общей проблемы.

Из-за ограниченности кредитного ресурса банка возникает задача выбора запросов для размещения их в кредитном портфеле. Необходимо сформировать кредитный портфель, который обеспечивает банку максимальный суммарный доход $E(\mathbf{x})$ от его кредитных ресурсов W. Пусть $x_i = 1$, если *i-й* кредитный запрос будет внесен в кредитный портфель, в противном случае $x_i = 0$. Величина кредитного ресурса банка равна W. При отсутствии риска неплатежеспособности заемщиков задача формирования оптимального кредитного портфеля имеет следующий вид.

$$E(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^{N} p_j(k_j, d_j, t_j)x_j \ \to\ \max, \ \sum_{j=1}^{N} \omega_j(k_j)x_j \le W, \ x_j \in \{0,1\}.$$

Пусть имеются альтернативы по выдаваемым кредитам, т.е. вместо полезности (ценности) p_j имеем вектор возможных предложений из m элементов $(p_j^1, p_j^2, ..., p_j^m)$. Меняя условия кредитования можно получить задачу векторной (многокритериальной) оптимизации.

$$F(\sum_{j=1}^{n} p_j^1 x_j, \sum_{j=1}^{n} p_j^2 x_j, \ldots, \sum_{j=1}^{n} p_j^q x_j, \ldots, \sum_{j=1}^{n} p_j^m x_j) \to \max$$

$$\sum_{j=1}^{N} \omega_j(k_j) x_j \le W, \quad x_j \in \{0,1\}.$$

Применение коэволюционного алгоритма позволит популяциям каждой целевой функции эволюционировать независимо друг от друга, используя свою собственную процедуру генетического алгоритма. При этом они могут обмениваться информацией и формировать новые популяции.

Известны четыре наиболее распространенных метода многокритериальной оптимизации с генетическим алгоритмом:

1. VEGA – Vector Evaluated Genetic Algorithm. Метод использует селекцию по переключающимся целевым функциям, т.е. селекция производится по пригодности индивидов относительно каждого из K критериев в отдельности. Тем самым промежуточная популяция заполняется равными порциями индивидов, отобранных по каждому из частных критериев.

2. FFGA – Fonseca and Fleming's Multiobjective Genetic Algorithm. Метод использует основанную на Парето-доминировании процедуру ранжирования индивидов, где ранг каждого индивида определяется числом доминирующих его индивидов, т.е. пригодность определяется не значениями целевых функций, а рангом каждого индивида в популяции.

3. NPGA – Niched Pareto Genetic Algorithm. В данном методе этап назначения пригодности заменяется модифицированной схемой деления пригодности с использованием понятия ниши, которая определяется для индивидов в пространстве альтернатив или целевых функций и обеспечивает возможность поддержания разнообразия, позволяя получить представительное множество Парето.

4. SPEA – Strength Pareto Evolutionary Algorithm. В этом подходе создается внешнее множество, в котором хранятся индивиды, не доминантные относительно других членов популяции и представляющие в итоге не доминантный фронт. Число индивидов во внешнем множестве регулируется с помощью кластерного анализа. Назначение индивидам скалярного значения пригодности в методе SPEA осуществляется только относительно индивидов внешнего множества, участвующих в селекции наравне с другими членами популяции. При этом, как и в методе FFGA, используется концепция Парето-доминирования.

Эти методы реализуют различные схемы назначения пригодности и селекции.

9. РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Эвристические эволюционные алгоритмы зарекомендовали себя довольно мощными средствами решения оптимизационных проблем. Актуальным остается задача создания интеллектуальных систем поддержки принятия решений (для анализа экономических процессов, планирования оптимальных технологических процессов), основанных на современных математических моделях, а также дальнейшая разработка новых адаптивных эволюционных алгоритмов, эффективно решающих задачи оптимизации.

Список литературы

1. Rechenberg I. Cybernetic solution path of an experimental problem / I. Rechenberg // English translation of lecture given at the Annual Conference of the WGLR at Berlin in September. – Berlin: Farnborough Hants: Royal Aircraft Establishment, 1964. – 100 p.

2. Fogel L. J. Artificial Intelligence Through Simulated Evolution / L. J. Fogel, A. J Owens, M. J. Walsh. – NY: John Wiley&Sons, 1983. – 240 p.

3. Schwefel H. P. Numerical Optimization of Computer Models / H. P. Schwefel. – NY: John Wiley&Sons, 1981. – 300 p.

4. Фогель Л. Искусственный интеллект и эволюционное моделирование: Пер. с англ. / Л. Фогель, А. Оуенс, М. Уолш. – М.: Мир, 1969. – 230 с.

5. Holland J. H. Adaptation and Artificial Systems: An Introductory Analysis with Application to Biology, Control, and Artificial Intelligence / J. H. Holland. – USA: University of Michigan, 1975. – 452 p.

6. Holland J. H. Adaptation in natural and artificial systems. An introductory analysis with application to biology, control, and artificial intelligence / J. H. Holland. – London: Bradford book edition, 1994. – 211 p.

7. De Jong K.A. An analysis of the behavior of a class of genetic adaptive systems / K.A. De Jong. – PhD thesis. University of Michigan, Ann Arbor. – 1975. – (Also University Microfilms No. 76-9381).

8. De Jong K.A. An Analysis of the Interacting Roles of Population Size and Crossover / K.A. De Jong, W. M. Spears // Proceedings of the International Workshop «Parallel Problems Solving from Nature» (PPSN’90). – 1990. – P. 102 – 110.

9. De Jong K.A. A formal analysis of the role of multi-point crossover in genetic algorithms / K.A. De Jong, W. M. Spears // Annals of Mathematics and Artificial Intelligence. – № 5(1). – 1992. – P. 97–110.

10. Cramer N.L. A representation for the adaptive generation of simple sequential programs / N. L. Cramer // In J.J. Grefenstette (Ed.). – Proceedings of an International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications. Lawrence Erlbaum Associates. – 1985. – P. 105–118.

11. Hicklin J.F. Application of the genetic algorithm to automatic program generation / J.F. Hicklin // Masters thesis. – University of Idaho. Department of Computer Science. – 1986. – P. 12–16.

12. Fujiki C. Using the genetic algorithm to generate lisp source code to solve the prisoner’s dilemma / C. Fujiki, J. Dickinson // In J.J. Grefenstette (Ed.), Proceedings of the Second International Conference on Genetic Algorithms. – Lawrence Erlbaum Associates. – 1987. – P. 236–240.

13. Koza J.R. Hierarchical genetic algorithms operating on populations of computer programs / J. R. Koza // In N.S. Sridharan (Ed.), Eleventh International Joint Conference on Artificial Intelligence. – Morgan Kaufmann. – 1989. – P. 768–774.

14. Koza J.R. Genetic Programming: On the Programming of Computers by means of Natural Selection / J. R. Koza. – Cambridge MA, MIT Press, 1992. – 200 p.

15. Goldberg D. E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning / D. E. Goldberg. – Addison-Wesley Longman Publishing Co., Inc., Boston: MA, USA, 1989. – 200 p.

16. Rechenberg I. Evolutionsstrategie: Optimierung Technischer Systeme nach Prinzipien der Biologischen Evolution / I. Rechenberg // Werkstatt Bionik und Evolutionstechnik, Stuttgart: Frommann-Holzboog. – 1973. – S. 123–135.

17. Schwefel H. P. Numerische Optimierung von ComputerModellen mittels der Evolutionsstrategie / H. P. Schwefel // Interdisciplinary Systems Research. – 1977. – Vol.26. – P. 76–87.

18. Koza J. R. Genetic programming: a paradigm for genetically breeding computer population of computer programs to solve problems / J. R. Koza. – MIT Press, Cambridge. – MA, 1992. – 137 p.

19. Имануилов П.А. Решение задачи формирования кредитного портфеля банка методом Мивер / П.А. Имануилов, В. А. Пуртиков // Вестник НИИ СУВПТ. – Вып. 5. Красноярск: НИИ СУВПТ. – 2000. – С. 16–31.

20. Казаковцев Л.А. Подходы к автоматизации задач планирования ассортимента на торговых предприятиях / Л. А. Казаковцев // Вестник НИИ СУВПТ. – Вып. 5. Красноярск: НИИ СУВПТ. – 2000. – С. 32–41.

21. Boros E. Pseudo-Boolean Optimization / E. Boros, P. L. Hammer // Rutcor Research Report, RRR 48–2001, September. – 2001. – 84 p.

22. Hammer P.L. Boolean Methods in Operations Research and Related Areas / P. L. Hammer, S. Rudeanu. – Berlin, NY, Heidelberg: Springer-Verlag, 1968. – 310 p.

23. Антамошкин А.Н. Оптимизация функционалов с булевыми переменными / А.Н. Антамошкин. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1987. – 218 с.

24. Антамошкин А.Н. Регулярная оптимизация псевдобулевых функций / А.Н. Антамошкин. – Красноярск: Изд-во Красноярского ун-та. – 1989. – 284 с.

25. Антамошкин А.Н. Гриди-алгоритмы и локальный поиск для условной псевдобулевой оптимизации / А.Н. Антамошкин, И.С. Масич // Электронный журнал «Исследовано в России». – 2008. – С. 2143–2149.

26. Васильев В.Ф. Методы оптимизации / В.Ф. Васильев. – М.: изд. Факториал-Пресс, 2002. – 824с.

27. Растригин Л.А. Решение задач разношкальной оптимизации методами случайного поиска / Л. А. Растригин, Э.Э. Фрейманис // Проблемы случайного поиска. – Вып. 11. – Рига: Зинатне, 1988. – С. 9–25.

28. Пападимитриу Х.Х. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. / Х.Х. Пападимитриу, К. Стайглиц. – Пер. С англ. – М.: Мир, 1984. – 511 с.

29. Karp R.M. Reducibility among combinatorial problems / R. M. Karp // In: R.E. Miller, J.W. Thatcher (Eds.) // Complexity of Computer Computations. – NY: Plenum Press. – 1972. – P. 85–103.

30. Семенкин Е.С. Эволюционные методы моделирования и оптимизации сложных систем / Е.С. Семенкин и др. // Электронные публикации НГУ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://library.krasu.ru/ft/ft/_umkd/22/u_lectures.pdf.

31. Fiacco A. V. The sequential unconstrained minimization technique (SUMT) without parameters / A. V. Fiacco, G. P. McCormick // Operations Research. - Research Analysis Corporation. McLean: Virginia, 1965. – P. 100–110.

32. Morales K. A. A Universal eclectic genetic algorithm for constrained optimization / K. A. Morales, C. C. Quezada // Proceedings 6th European Congress on Intelligent Techniques & Soft Computing, EUFIT'98. – 1998. – P. 518–522.

33. Joines J. On the use of non-stationary penalty functions to solve non-linear constrained optimization problems with Gas / J. Joines, C. Houck // Proceedings of the First IEEE International Conference on Evolutionary Computation. – IEEE Press. – 1994. – P.579–584.

Попов В. Б. Еволюційні стратегії формування оптимального кредитного портфеля фінансових підприємств / Попов В. Б. // Вчені записки Таврійського національного університету імені В. І. Вернадського. Серія: Економіка і управління. – 2011. – Т. 24 (63). № 1. - С. 164-181.

Розглядаються питання, пов'язані із проблемою оцінки якості кредитного портфеля комерційних банків. Досліджуються сучасні евристики, а саме, еволюційні генетичні алгоритми, що вирішують задачу оптимізації.

Ключові слова: генетичний алгоритм, модель оптимізації, кредитний портфель, умовна та безумовна оптимізація.

Popov V. B. Strategies of evolutionary in the creation of optimal credit portfolio for financial enterprise / Popov V. B. // Scientific Notes of Taurida National V.I. Vernadsky University. – Series: Economy and Management. – 2011. - Vol. 24 (63), № 1. – P. 164-181.

An important practical task, which consists in the creation of optimal credit portfolio, is decided in this article.

Keywords. Genetic algorithm, optimization problem, unconstrained optimization, portfolio.

Статья поступила в редакцию 20. 12. 2010 г.