

УДК 330.4:51-77

МОДЕЛИРОВАНИЕ КРЕДИТНЫХ ОТНОШЕНИЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Храпко В.Н.

*Таврический национальный университет им. В.И. Вернадского, Симферополь, Украина
E-mail: vkhrapko@yahoo.com*

Рассмотрены проблемы кредитования банками в условиях неопределенности на основе теории контрактов. Получены оценки вероятности неплатежей по кредитам при различных экономических условиях.

Ключевые слова: теория контрактов, банки, дефолт.

Анализ проблемы в общем виде

Причины, которые привели к мировой депрессии в 2009 году лежат в финансовой сфере. Стартом для этого послужили проблемы в ипотечном кредитовании в Соединенных Штатах Америки. Эти проблемы заключались в том, что кредиты получали ненадежные заемщики. Причем доля таких кредитов во всем объеме ипотечных кредитов в США выросла с 5% в 90 годы до 30% в 2007 году.

Не обошли стороной финансовые проблемы и Украину. 11 банков Украины в марте 2009 года находятся под управлением НБУ, среди которых самый крупный - это банк «Надра». В таблице 1 приведены данные по депозитам, капиталу, активам и прибыли 50 крупнейших банков Украины по данным на начало 2009 года.

Таблица 1
Средние значения и стандартные отклонения для капитала 50 крупнейших банков Украины банков и отношения депозитов к собственному капиталу банка*

Среднее значение Капитала млн. грн.	2035,3	Среднее значение отношения депозиты/ капитал	0,58
Стандартное Отклонение капитала	2753,7	Стандартное Отклонение отношения депозиты/ капитал	0,43

* составлено по <http://vecherniy.kharkov.ua/news/28328>

Как видно из таблицы 1, собственным капиталом банков в среднем покрывается только 58 процентов депозитов, причем много банков имеют покрытие ниже, чем данный процент, например, крупнейший банк Украины Приватбанк покрывает своим капиталом только 27 процентов депозитов. Следовательно, для нормального функционирования банковской системы необходимо, чтобы возврат средств по инвестиционно-кредитному портфелю банка был на достаточном уровне.

При уменьшении возможности получения процентов и основного долга у заемщиков банков может возникнуть ситуация дефолта банка – невозможности вернуть депозиты.

С такой ситуацией столкнулись и банки США и других развитых стран, в США по текущим возвратам по ипотечным кредитам ухудшилась. Если в 1970 году по всем ипотечным кредитам задержка с выплатами составила 3,2%, то в 1999 4,1%. Особенно в 2006 году и в начале рецессии – в 2007 году, когда резко возросли задержки с выплатами и продажи изъятого за долги жилья. Например, в ноябре 2007 года увеличилось в 2 раза таких изъятий по сравнению с октябрём этого же года.

Таким образом, изучение взаимоотношений банка и заемщиков, определение их кредитоспособности в условиях кризиса является актуальной задачей не только с практической точки зрения, но и с теоретической.

Анализ последних публикаций. В работе [1, 2] даны общие рекомендации по проверке кредитоспособности заемщика, в этих более или менее стандартных рекомендациях не учитывается возможность общего ухудшения экономической ситуации. В работе [3] дается методика оценки вероятности дефолта на основе данных ведущих рейтинговых компаний Standard & Poor и Moody's. Однако и там не содержится анализ ситуации по кредитованию, когда происходит существенное ухудшение экономической конъюнктуры, в которой заемщик может оценить свою кредитоспособность весьма приблизительно, возможно, даже менее точно, чем кредитор, а именно такие условия сложились во время текущего финансового кризиса.

Цель данной работы заключается в создании и исследовании модели взаимодействия банка с заемщиками, которые имеют разные характеристики кредитоспособности в плане возможности возврата кредита и процентов по ним. В модели учитывается возможность изменения экономической ситуации в худшую сторону. Инструментарием для этого, как и в [4, 5] служат методы, основанные на моделировании отношений принципала и агента.

В отличие от работ [6, 7, 8], мы рассмотрим положение, когда общая ситуация изменяется так существенно, что и агент-заемщик, и принципал-банк не могут точно оценить способность агента-заемщика выплачивать кредит и проценты по нему.

Здесь мы рассмотрим два периода времени. В первом периоде времени общая экономическая ситуация стабильна, агент-заемщик знает свою способность выплачивать проценты и тело кредита. Рынок агентов неоднороден и в простейшем случае состоит из двух типов заемщиков с разной кредитоспособностью. Зная это, а также зная функции полезности (или производственные функции) этих типов, банк-принципал, может предложить два контракта – для каждого типа в отдельности. Эта задача для ситуации продавец-покупатель решена в [7, 8] с помощью метода релаксации – изъятия некоторых ограничений. Опишем кратко идею самой задачи и метода ее решения.

Исходная задача формулируется как задача максимизации монополиста, в нашем случае банка, который знает, что на рынке есть два типа покупателя кредита (агента) тип 1 и тип 2, и знает долю их в популяции ρ и $1 - \rho$ соответственно.

И монополист и агенты стараются решить свои задачи – монополист максимизировать свою прибыль, а покупатели - свою полезность или прибыль. Если он использует кредит не на потребление, а на производство. Вообще говоря, это трудно согласуемые, а часто и противоположные задачи. Поэтому принципал-монополист максимизирует свою прибыль, как имеющий рыночную власть. Поэтому именно принципал предлагает ровно два контракта: первый для агента типа 1, а второй для агента типа 2. Интересы агентов учитывают только минимально - требуется, чтобы их полезность (прибыль) была неотрицательной, если они согласятся каждый на свой контракт. Дополнительно требуется, чтобы они не скрывали свои типы и не путали контракты, т. е. тип 1 не использовал контракт для типа 2 и наоборот.

Более точно эта словесная формулировка задачи выглядит так:

Контракт – это пара (q, T) , q - количество денег, получаемого агентом, который в обмен отдает денежный трансфер T , являющийся в данном случае платой за кредит. Функция затрат принципала $c(q)$, функция полезности для агента от полученного кредита $u(q)$. Функция прибыли принципала монополиста имеет вид: $\Pi(q, T) = T - c(q)$. Функция общей полезности для агента-покупателя $U_i(q, T) = u_i(q) - T = \theta_i u(q) - T, i = 1, 2$, а θ_1, θ_2 - обозначения для типа 1 и типа 2 и предполагается, что $\theta_1 < \theta_2$. Здесь учтены выплаты T .

В связи с тем, что принципал предлагает два контракта: (q_1, T_1) и (q_2, T_2) , то функция прибыли принципала будет среднее значение прибыли для от контракта для типа 1 и для типа 2:

$$\Pi(q_1, T_1, q_2, T_2) = \rho(T_1 - c(q_1)) + (1 - \rho)(T_2 - c(q_2)) \quad (1)$$

Принципал стремится максимизировать эту функцию $\Pi \rightarrow \max$, изменяя контракты (q_1, T_1) и (q_2, T_2) , и учитывая ограничения для агентов. Ограничения для полезности агентов, называемые ограничениями рациональности:

$$\begin{aligned} U_1(q_1, T_1) &\geq 0 && \text{OP1} \\ U_2(q_2, T_2) &\geq 0 && \text{OP2} \end{aligned}$$

и ограничения, стимулирующие выбор агентами только своих контрактов:

$$\begin{aligned} U_1(q_1, T_1) &\geq U_1(q_2, T_2) && \text{OC1} \\ U_2(q_2, T_2) &\geq U_2(q_1, T_1) && \text{OC2} \end{aligned}$$

Методика решения этой задачи следующая (см. [7, 8]).

Удаление ограничения OP2 правомерно и не изменяет исходных положений, так как из OC2 и предположения $\theta_1 < \theta_2$ следует, что $U_2(q_2, T_2) > U_1(q_1, T_1) \geq 0$, поэтому если ограничение OP1 выполнено, то тем более выполнено и OP2.

Ограничение ОС1 может быть также снято. Это следует из того, что если принципал точно знает тип агента и предъявляет обоим агентам оптимальные с точки зрения принципала контракты, то эти контракты будут для обоих типов такими: $U_1(q_1, T_1) = 0$ и $U_2(q_2, T_2) = 0$. В такой ситуации тип 2 может объявить себя типом 1, так как его полезность станет положительной, большей нуля: $U_2(q_1, T_1) = \theta_2 > U_2(q_2, T_2) = 0$. Это следует из соотношений: $q_1 < q_2$, $T_1 < T_2$ и $u(q)$ монотонно возрастает по q . В свою очередь типу 1 нет смысла выдавать себя за тип 2, так как он получит не нулевую а меньшую отрицательную полезность, поэтому ограничение ОР1 можно опустить, оно и так будет выполнено.

Задача (1) с четырьмя ограничениями ОР1, ОР2, СР1, СР2 превращается в задачу с двумя ограничениями ОР1 и СР2. Отметим, что оставшиеся ограничения могут быть принципалом превращены в равенства, так как он может увеличить трансфер T_1 и T_2 по своему усмотрению, лишь бы ограничения не стали отрицательными.

Окончательно имеем:

$$\Pi(q_1, T_1, q_2, T_2) = \rho(T_1 - c(q_1)) + (1 - \rho)(T_2 - c(q_2)) \rightarrow \max$$

при

$$\begin{aligned} U_1(q_1, T_1) &= 0 \\ U_2(q_2, T_2) - U_2(q_1, T_1) &= 0 \end{aligned}$$

подставляя в целевую функцию полученные из ограничений значения T_1 и T_2 получим:

$$\begin{aligned} \Pi(q_1, T_1, q_2, T_2) &= \rho(T_1 - c(q_1)) + (1 - \rho)(T_2 - c(q_2)) = \\ &= \rho(u_1(q_1) - c(q_1)) + (1 - \rho)(u_2(q_2) + u_1(q_1) - u_2(q_1) - c(q_2)) \end{aligned}$$

Решая ее стандартным методом, получаем:

$$\begin{aligned} c'_{11} &= \left(\frac{1 - \rho}{\rho} + 1 \right) u'_{11} + u'_{21} \\ c'_{22} &= u'_{22} \end{aligned}$$

Здесь:

$$u'_{ij} = \frac{\partial u_i(q_j)}{\partial q_j}$$

В целевой функции разность $u_1(q_1) - u_2(q_1)$ называют информационной рентой.

Отметим, что для того, чтобы решать поставленную задачу принципал должен знать свою функцию затрат $c(q)$, функции полезности агентов U_1, U_2 и

распределение типов агентов в популяции ρ , агент же, в свою очередь, должен знать свою функцию полезности и точное значение типа. В экономической жизни реалии таковы, что при существенном изменении обстоятельств, такое значение типа как возможность во время вернуть долг, не всегда может быть оценена точно не только кредитором, но и самим заемщиком, так как эта возможность зависит от многих дополнительных моментов и привходящих обстоятельств, как общего, так и частного характера. В таких случаях удобно и полезно рассмотреть тип агента как случайную величину, о которой известно только ее распределение.

Предположим, что, заключая длительный договор, принципал в начальный момент знает, какие типы агентов возможны. А во второй момент из-за изменения ситуации (например, кризис) может определить тип агента только, весьма приблизительно. В таком случае, в качестве базы для принятия решения могут быть использованы усредненные величины. В нашем случае можно считать, что вместо $\theta u(q)$ рассматриваем величину $M\theta u$, а так как случайной величиной является только θ , то $uM\theta = M\theta u = \bar{\theta}u$. Принципал в этом случае предъявляет один контракт для усредненного типа $\bar{\theta}$.

Задача теперь стоит так: найти пару (q, T) , такую, что дает максимум дохода принципалу при ограничении рациональности.

$T - c(q) \rightarrow \max$ при ограничении $\bar{\theta} \cdot u(q) - T \geq 0$, как и ранее фактически имеем:

$$\bar{\theta} \cdot u(q) - T = 0 \quad (2)$$

Отсюда условие первого порядка:

$$c' = \bar{\theta} \cdot u'$$

где для конкретного агента случайная величина θ может принимать значение либо 0, либо 1. Здесь тип с номером 2 соответствует значению $\theta = 1$, а тип с номером 1 соответствует $\theta = 0$. Это значит, что величина θ распределена по закону Бернулли и $\bar{\theta} = p$, где p есть вероятность появления 1. Из ограничения (2) видно, что выплаты T происходят, когда значение случайной величины $\theta = 1$ и не происходят, когда $\theta = 0$.

Если у банка есть N заемщиков, каждый из которых выплачивает кредит с вероятностью p , то величина

$$b(k, N, p) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k}$$

есть вероятность того, что ровно k заемщиков выполняют свои обязательства,

$\binom{N}{k}$ – число сочетаний из N по k .

Вероятность того, что выплаты произведут k и более заемщиков, равна

$$B(k, N, p) = \sum_{i=0}^{i=N-k} b(k+i, N, p) \quad (3)$$

Это - биномиальный закон распределения вероятностей (см. [9]).

Пользуясь этим соотношением, можно узнать влияние изменения на вероятности невыплаты заемщиков p и величины портфеля N , на вероятность невыполнения банком своих обязательств перед вкладчиками, т.е. дефолта банка. Как видно из (3), вероятность B можно рассматривать как вероятность выполнения своих обязательств банком перед вкладчиками. Так как уровень покрытия депозитов собственным капиталом банка составляет только 50% от депозитов, то непогашение кредитов заемщиками в срок вызовет невозможность покрыть, по крайней мере, 50% депозитов, что и приведет к негативным последствиям. Значит, возврат выданных кредитов в срок и с высокой вероятностью – жизненно необходимо для нормального функционирования банка.

Для модельных расчетов будем считать, что все кредиты приблизительно одинаковые, так что, определяющим является количество заемщиков. Расчеты показывают, что если имеется 1 000 000 кредитов, и мы хотим получить только не менее 800 000 своевременных погашений, то при вероятности погашения для каждого $p = 0.9$, такое событие произойдет с вероятностью 1. Если экономическая ситуация изменится и вероятность своевременного погашения долга индивидуальным заемщиком станет 0,8, то 800 000 погашений произойдет с вероятностью только 0.49, если же p станет менее 0,7, вероятность 800 000 и более погашений будет равна нулю. Для сравнения рассмотрим кредитный портфель, состоящий всего из 100 заемщиков, тогда при p менее 0,8, вероятность погашения 80 и более кредитов равна 0,008

Выводы и рекомендации

Используя методику теории контрактов, в работе оценена вероятность невыполнения банком своих обязательств. При изменении вероятности невозврата кредитов до 30%, при наличии 1000000 кредитов, вероятность возврата более 800000 кредитов равна нулю. При уменьшении диверсификации портфеля до 100, вырастает риск невозврата, как это подтверждают расчеты выше.

Для уменьшения невозвратов кредита заемщиками нужно банкам диверсифицировать портфель кредитов. Органы власти должны приложить все усилия, для того, чтобы не ухудшались общие экономические условия. В противном случае может образоваться порочный круг: хуже обстановка – хуже возвраты кредитов, уменьшение возвратов вызовет возможность невозврата депозитов, что может привести к кризису в банковской сфере.

Список литературы

1. Беляев Р.С. Проблемы оценки кредитоспособности заемщиков / Р.С. Беляев // Управление корпоративными финансами. – 2006. – № 4. – С. 34-40.
2. Горелая Н.В. Оценка кредитоспособности заемщика в системе регулирования кредитными рисками / Н.В. Горелая // Управление корпоративными финансами. – 2005 – № 6. – С. 77-85.
3. <http://www.ipo-credit.spb/rascheti.html>

4. Храпко В.Н. Решение агента задачи принципал-агент в случае непрерывного типа агента / В.Н. Храпко // Ученые записки Таврического национального университета им В. И. Вернадского. – 2007 – Т. 20 (59), № 1. – С. 224-230.
5. Храпко В.Н. Моделирование контрактных отношений при аутсорсинге / В.Н. Храпко // Культура народов Причерноморья. – 2008. – № 133. – С. 212 – 217.
6. Гуриев С. Теория контрактов: [курс лекций] / С. Гуриев. – М.: Российская экономическая школа, 2002. – 36 с.
7. Bernard Solanie. Theorie des contracts / Bernard Solanie. – Economica, 1994. –141 p.
8. Bolton P., Dewatripont M. Contract Theory, MIT Press, Cambridge, Massachusetts, London, England, 2004, pp. – 724.
9. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения / В. Феллер. – М.: Мир, 1984. Т. 1. – 1984. – 521 с.

Поступила в редакцию 01.12.2009 г.

Храпко В.Н. Моделювання кредитних відносин в умовах невизначеності / В.Н. Храпко // Вчені записки ТНУ. Серія: Економіка та управління. – 2009. – Т. 22 (61), № 2. – С. 366-372.
Розглянуто проблеми кредитування банками в умовах невизначеності на базі теорії контрактів. Здобути оцінки імовірностей неплатежем по кредитах у різних економічних умовах.
Ключові слова: теорія контрактів, банки, дефолт.

Khrapko V. Credit relationship modeling within uncertainty conditions / V. Khrapko // Uchenye zapiski TNU. Series: Economy and management. –2009. – Vol. 22 (61), # 2. – P. 366-372.
The author formulated and solved the problem of crediting in uncertainty some probability estimation of insolvency of debtor were made.
Key words: contract theory, banks, default.