

УДК 339.722:519.865

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВОЛАТИЛЬНОСТИ

Кусый М. Ю.

Крымский федеральный университет имени В. И. Вернадского, Симферополь, Российская Федерация

E-mail: mikhailkussy@gmail.com

В статье проведен анализ существующих подходов к определению экономической категории «волатильность» и методам ее измерения с выявлением и описанием их методологического содержания и недостатков. Рассмотрен динамический показатель текущей волатильности $CV(t)$, который лишен недостатков, присущих проанализированным в работе видам волатильности, и учитывает методологические требования междисциплинарности, предъявляемые современной наукой к социально-экономическим системам. Рассмотренные в работе основные методологические характеристики показателя $CV(t)$ позволили сделать выводы о возможности его использования в качестве количественной меры рефлексивных воздействий на социально-экономические процессы текущих настроений и психологических предпочтений экономических агентов, являющихся частью любой социально-экономической системы.

Ключевые слова: волатильность, текущая волатильность, социально-экономические процессы, методология, текущие настроения и психологические предпочтения экономических агентов, междисциплинарность.

Нет ничего изменчивее значения слова «изменчивость»; некоторые авторы вкладывают в него столь широкий смысл, что прямо непонятно, что именно они имеют при этом ввиду.

Де Фриз
(Vries de. Die Mutationstheorie. Bd 1.
Leipzig, 1901, цит. по [29, с. 7])

ВВЕДЕНИЕ

Большинство современных теоретических достижений в экономике, по мнению автора, пока следует относить, к сожалению, к разряду лишь правдоподобных, требующих дополнительной проверки практикой. Особенно, если учитывать, что социально-экономические процессы зачастую необходимо рассматривать на междисциплинарном уровне для повышения адекватности исследования. Кроме того, использование математического аппарата при описании и моделировании динамических социально-экономических процессов, как правило, происходит без определения области адекватного (или хотя бы правдоподобного) применения того или иного инструментария для конкретного анализируемого процесса, а также без выявления социально-экономического смыслового содержания такого инструментария. Похожие выводы были сделаны в работах [1; 21].

Аналогичные соображения применимы к волатильности количественных характеристик динамических социально-экономических процессов и способам измерения этой самой волатильности.

«В определенном смысле волатильность – это показатель темпа изменения рыночной цены» [19, с. 77]. Как правило, термин «волатильность» (от англ.

volatility – изменчивость, изменяемость, неустойчивость, непостоянство) употребляют, используя его при анализе и прогнозировании динамики цены на финансовых рынках.

Филиппченко Ю. А. [29, с. 33] в свое время сделал важный вывод о том, что основным источником изменчивости в природе являются внешние условия. Но в социально-экономических системах (СЭС), в отличие от биологических систем, источниками волатильности (изменчивости), кроме внешних объективных воздействий, существуют также и воздействия субъективного характера (внутренние и внешние по отношению к СЭС), которые, как правило, имеют рефлексивный межсубъектный характер (подробнее о рефлексивности на финансовых рынках см. [12]). При этом при рассмотрении волатильности, отражающей реакцию системы на совокупность воздействий на СЭС, следует разделять волатильность – как процесс, отражающий динамическую изменчивость анализируемого количественного параметра СЭС и волатильность – как число, которое характеризует текущую величину изменчивости этого самого количественного параметра СЭС. Хотя сама волатильность присуща любому динамическому процессу и, если рассматривать социально-экономические процессы, то она как экономическая категория в основе своей имеет антропогенную природу, о чем речь пойдет далее.

По мнению автора, существующие подходы к определению понятия «волатильность» и, как следствие, методы ее измерения недостаточно адекватно отражают социально-экономическую специфику этой категории (см., например, обзорные работы по измерениям волатильности: [19; 22; 30; 35; 33; 40; 47]). В дальнейшем – при обсуждении волатильности – будем рассматривать, в первую очередь, волатильность на финансовых рынках. Но большинство сформулированных в работе выводов применимо к волатильности динамических процессов произвольной природы.

Целью работы является рассмотрение существующих подходов к измерению волатильности с точки зрения методологической адекватности их применения в практических исследованиях: их ограничения и недостатки.

ОСНОВНОЙ МАТЕРИАЛ

1. Краткий обзор существующих подходов к измерению волатильности на финансовых рынках и методов ее измерения

Исследователи при выборе финансового инструмента обычно используют такие традиционные показатели, как доходность и риск. Причем и доходность, и риск выбранного инструмента оцениваются в отдельно взятый момент времени или, в лучшем случае, для конечного дискретного временного ряда. На практике же динамика цены на различные финансовые инструменты все время изменяется: по одному инструменту – медленнее, по-другому – быстрее, в различные периоды времени скорость изменения цены одного и того же инструмента также может различаться.

В качестве характеристики динамической хаотичности цены на финансовом рынке, как правило, используется ее волатильность (или – по-русски – изменчивость).

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВОЛАТИЛЬНОСТИ

В табл. 1 представлены некоторые названия и формулы, по которым вычисляется тот или иной вид волатильности.

Таблица 1

Характеристики существующих понятий термина «волатильность»

Источник	Наименование и содержание показателя
[6]	<p>Реализованная волатильность:</p> $RV_{t,t+1} = \sum_{i=1}^n (s_{t+ih} - s_{t+(i-1)h})^2,$ <p>где t – текущий момент времени; s_{t+ih} – доходность акций в момент измерения $t+ih$; h – шаг дискретности измерений; n – количество измерений.</p>
[30, с. 146]	<p>Реализованная волатильность:</p> $V_n = \frac{\sum_{t=1}^n (S_t - \bar{S})^2}{n-1},$ <p>где \bar{S} – среднее арифметическое значений цен S_t за анализируемый период.</p>
[31]	<p>Реализованная волатильность:</p> $RV_t = \sqrt{\sum_{i=1}^{n_t} r_{i,t}^2},$ <p>где RV_t – оценка реализованной волатильности в день t; $r_{i,t}^2$ – квадрат логарифмической доходности в момент i дня t; n_t – число наблюдений доходности внутри дня t.</p>
[30, с. 41]	<p>Волатильность Паркинсона:</p> $\text{Волат. Паркинсона} = 0,627 \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \log \frac{\text{Максимум}_i}{\text{Минимум}_i},$ <p>где Максимум_i и Минимум_i – соответственно максимальное и минимальное значение цены за i-тый период времени Δt.</p>
[30, с. 41]	<p>Волатильность Чайкина:</p> $\text{Волат. Чайкина} = \left(\frac{\text{EMA}(\text{Диапазон})}{\text{EMA}(\text{Диапазон}_n \text{ периодов}_n \text{ назад})} - 1 \right) \times 100,$ <p>где $\text{EMA}(\text{цена сегодня}) = \lambda \text{Close}(\text{цена сегодня}) + (1-\lambda) \text{Close}(\text{цена вчера})$; λ – управляющий параметр, $0 < \lambda < 1$; $\text{Close}(\text{цена})$ – цена закрытия соответствующего периода исследования Δt; EMA – экспоненциальная скользящая средняя.</p>
[6]	<p>Интегральная волатильность: $RV_{t,t+1} = \sum_{i=1}^n (s_{t+ih} - s_{t+(i-1)h})^2$,</p> <p>где t – текущий момент времени; $t+1$ – последующий момент времени (как правило, следующий день); s_{t+ih} – значение цены в момент времени $t+ih$; σ – среднее квадратичное отклонение цен.</p>

Источник	Наименование и содержание показателя
[27]	Простая волатильность σ – среднеквадратичное отклонение доходностей r_i финансового актива, вычисленная на основе N торговых периодов: $\sigma = \sqrt{\sum_i \frac{(r_i - \bar{r})^2}{N-1}}$, где $r_i = \ln\left(\frac{p_i}{p_{i-1}}\right)$, где p_i – цена закрытия i -го интервала времени Δt_i .
[30, с. 40]	Волатильность историческая: $\text{Истор. волат.} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n u_i^2}{n-1} - \frac{\left(\sum_{i=1}^n u_i\right)^2}{n(n-1)}} \times \sqrt{253}$, где u_i – натуральный логарифм относительного изменения цены S_i : $u_i = \ln \frac{S_i}{S_{i-1}}$

Источник: составлено автором по данным [6; 27; 30; 31].

Кроме того, существует определенная неоднозначность в толковании понятия «волатильность» при разработке программных продуктов, использующихся в дилинговых центрах. Так, в продукте Omega Research Prosuite 2000i ver.5/00/0822 [24] существуют как минимум три различных инструмента технического анализа (Volatility, Volatility Extreme Value, Volatility Standard Deviation). Эти инструменты, которые по-разному интерпретируют понятие «волатильность», вычисляют его, тем не менее, на основании временного ряда конкретной длины (стало быть, предполагается наличие длинной «памяти» – детерминизма – у исследуемого процесса; проблема глубины системной «памяти» обсуждается ниже) и получают при этом различные числовые значения волатильности.

Такая же неоднозначность в трактовке понятия «волатильность» и механизмах ее практического применения при анализе рыночных процессов существует и в других аналогичных программных продуктах (см. о программных продуктах для FOREX, например, в [17]).

Кроме способов измерения волатильности, отмеченных в табл. 1, исследователями был предложен еще целый ряд алгоритмов, связанных с измерением волатильности. Среди таких алгоритмов следует выделить следующие: модель Блэка-Шоулза определения стоимости производных ценных бумаг [34] и группу авторегрессионных гетероскедастичных моделей ARCH с различными модификациями [40]. Более подробный анализ этих моделей будет проведен далее.

Как видно, способов толкования понятия «волатильность» и, следовательно, алгоритмов ее вычисления (даже для волатильности с одинаковым названием) – достаточно много.

2. О некоторых причинах методологической несостоятельности подходов к измерению волатильности на финансовых рынках и методов ее измерения, рассмотренных в параграфе 1

Рассмотренные выше виды волатильности обладают несколькими существенными методологическими недостатками.

2.1. Часть из представленных в табл. 1 видов волатильности не являются безразмерными (например, Реализованная волатильность [6] и Реализованная волатильность [30, с. 146] – см. табл. 1 – имеют размерность в денежном эквиваленте), что также приносит дополнительные трудности, связанные с их применением, потому что следует учитывать размерность вычисляемых величин при анализе полученных результатов. Особенно такой учет размерности вычисляемых величин важен на глобальном рынке FOREX, где требуется учет изменений в текущих кросс-курсах валют.

2.2. Некоторые из видов волатильности, представленных в табл. 1, используют при расчете допущения о непрерывности динамики цены.

Например, при расчете Интегральной волатильности [6] используется интеграл, что неявно предполагает непрерывность среднеквадратичного отклонения доходностей.

В [15, с. 286] адекватность такого допущения опровергается. Мандельброт Б. пишет: «Непрерывность – это фундаментальное предположение общепринятой финансовой теории. Математика Башелье, Марко Шарпа, Блэка и Шоулза построена на предположении о непрерывном изменении цен от одного значения к другому. Без этого условия их формулы просто не работают». В той же работе Мандельброт Б. продолжает свою мысль: «Цены на конкурентных рынках вовсе не обязаны быть непрерывными, и они явно дискретны. Единственная причина допущения непрерывности <в контексте – динамики цены на финансовых рынках> состоит в том, что многие науки, осознанно или нет, стремятся копировать процедуры, доказавшие свою эффективность в ньютоновской физике. Непрерывность вполне может оказаться разумным допущением при описании всевозможных «экзогенных» сущностей и процессов, которые применимы в экономике, но определены в чисто физических терминах. Цены в эту категорию никоим образом не вписываются: в механике просто нет ничего похожего, и она не может снабдить нас никакими указаниями на этот счет» [15, с. 461].

Таким образом, Мандельброт Б. критикует методологическую состоятельность моделей Шарпа (САРМ) и Блэка – Шоулза [34].

2.3. В расчете практически всех рассматриваемых видов волатильности используется n ($n > 1$) членов временного ряда, что приводит к элементу неоднозначности использования таких видов волатильности в текущем анализе динамики цены: виды волатильности, рассмотренные в параграфе 1, вычисляются с учетом значений ценового ряда за длительный промежуток времени, что приводит к внесению в результаты расчета волатильности влияния «эффекта последствия» (или «памяти» рынка): то есть событие состоялось в прошлом, а его влияние на текущие процессы на рынке все еще «ощущается». Управляющий параметр n , который характеризует длину ряда и величину которого назначает сам пользователь,

как правило, исходя из своих субъективных соображений и критериев. Это, в свою очередь, приводит к неоднозначности результатов вычислений таких видов волатильности (см. по столбцам в табл. 2). Более того, величина параметра n также изменяется во времени (см. по строкам в табл. 2).

В табл. 2 представлены результаты расчетов по некоторым видам волатильности, описанным в табл. 1, проведенным для рынка нефти марки Brent для различных глубин горизонта исследования (Δt), различных расчетных дат (D) и различных длин выборки временного ряда, участвующей в расчете (n).

Таблица 2

Результаты расчетов по видам волатильности для рынка нефти марки Brent

Глубина горизонта Δt	Количество котировок расчета n	$D=31.05.2017$	$D=31.08.2017$	$D=30.11.2017$
Волатильность реализованная [30]				
5 минут	10484	4,24954	4,31672	10,93524
	8750	3,12125	4,36860	12,22991
	7000	2,84030	5,27890	15,11517
	5250	3,55550	5,24831	19,22977
	3500	1,18260	4,47902	17,70182
1 час	840	4,15829	4,17571	11,38736
	560	2,97694	5,51639	16,45611
	280	1,11109	4,65233	17,02925
1 сутки	42	3,70046	4,78016	12,38707
	28	3,16565	6,07288	18,29924
	14	1,26210	6,06075	19,57689
Простая волатильность [27]				
5 минут	10484	0,00106	0,00105	0,00086
	8750	0,00110	0,00101	0,00086
	7000	0,00115	0,00101	0,00086
	5250	0,00117	0,00100	0,00089
	3500	0,00107	0,00098	0,00089
1 час	840	0,00359	0,00345	0,00285
	560	0,00385	0,00348	0,00284
	280	0,00348	0,00353	0,00290
1 сутки	42	0,01567	0,01648	0,01081
	28	0,01696	0,01644	0,01097
	14	0,01728	0,01920	0,00904

Источник: составлено автором по данным [25].

Аналогичные расчеты были проведены для других видов волатильности из табл. 1 для рынка FOREX по валютным парам USD/EUR и CHF/JPY, а также для рынка золота.

Результаты расчетов показали следующее: вычисляемое значение волатильности нелинейно зависит от величины выборки временного ряда (n), а также от глубины горизонта исследования (Δt). При этом разность полученных результатов (в зависимости от выбранных для расчета величин n и Δt) может достигать 20 %.

Если глубина горизонта Δt выбирается, как правило, самим исследователем, то определение величины n сопряжено с разрешением проблемы определения репрезентативности выборки из временного ряда (определение эффективной глубины системной «памяти» анализируемого рынка). А это – непростая задача, требующая привлечения сложного математического инструментария и дополнительных затрат времени, которого при торговле в режиме реального времени может не хватить. К тому же, как выяснилось, величина n изменяется во времени (см. в табл. 2 значения волатильности по столбцам).

Именно такое изменение оптимального значения величины n во времени привело к необходимости кластеризации волатильности, применяемой в ARCH-моделях и их последующих модификациях (GARCH, FIGARCH и т. п.).

Автором [13] было проведено исследование по изменению оптимальной величины управляющего параметра модели, которая использовалась для прогнозирования динамики цены на FOREX, на примере порядка простой скользящей средней (ПСС).

Оказалось, что для 282 анализируемых котировок EUR/USD рынка FOREX с периодичностью поступления информации с рынка каждые 5 минут эффективный порядок ПСС (под эффективным порядком ПСС условимся понимать такую величину, при которой запаздывание сигнала на начало торговой операции, а, следовательно, возможная потеря дохода от торговых операций – минимальны) менялся 12 раз: он принимал значения 5, 8, 13 и 24. Это свидетельствует о том, что за сутки 12 раз изменялись анализируемые с помощью ПСС характеристики рынка как системы. И, как следствие, нужно было в модели 12 раз изменять значение такого параметра, как порядок ПСС, отвечающий за учет системной «памяти» рынка в модели.

Следует отметить, что среди исследователей существует разные мнения по поводу эффективной глубины системной «памяти» рынков. Так, в работах [37; 39; 43; 44] сделаны выводы о длинной системной «памяти» финансовых рынков. В работах [20; 36; 42; 46] утверждается, что финансовые рынки имеют короткую системную «память». А в работах [16; 32] авторы не смогли сделать однозначный выбор в пользу длинной или короткой системной «памяти» финансовых рынков.

Но системная «память» финансовых рынков (n), как видно из табл. 2, существенно зависит от глубины горизонта исследования (Δt) и изменяется во времени. Как минимум эти два результата подтверждают вывод о необходимости учитывать глубину эффективной длины системной «памяти» финансовых рынков при моделировании динамических процессов в социально-экономических системах.

2.4. В некоторых рассматриваемых видах волатильности при расчетах используются дополнительные параметры (например, при расчете Волатильности Чайкина [30] используется управляющий параметр λ).

Использование дополнительных параметров в моделях (с учетом динамичности цены на финансовых рынках – см. в табл. 2 значения волатильности по столбцам), по мнению автора, делает такие модели малоэффективными для практической торговли в режиме реального времени. Потому что в этом случае появляется дополнительная

проблема по определению оптимального значения управляющих параметров, которые также могут изменяться во времени.

В [3] отмечено: «При применении моделей типа ARCH и GARCH на практике проблему вызывает выбор параметрической структуры используемой модели, так как при неправильном выборе параметрической структуры точность прогноза волатильности значительно ухудшается... Из-за нелинейности моделей типа ARCH и GARCH затруднена оценка их параметров. Более того, известно, что при оценке параметров модели по выборкам большой длины, значения оцениваемых параметров могут сильно изменяться в зависимости от длины выборки. Этот эффект в значительной мере обусловлен тем, что модели типа ARCH и GARCH являются стационарными, а реальные временные ряды обычно являются нестационарными».

В [16, с. 291] находим причину появления сложной системы параметров в моделях GARCH: «... Авторы многих последних моделей колебания цен попытались объяснить видимую изменчивость неустойчивости (примечание: имеется ввиду «волатильности») специально введенными новыми параметрами, меняющимися ежедневно, ежечасно и ежесекундно; таково семейство моделей GARCH». Именно поэтому, по мнению Б. Мандельброта, точность моделей GARCH невелика [16, с. 323–324].

Но – по вышеупомянутой причине – увеличение количества параметров в модели, в конце концов, приводит к снижению адекватности ее применения в режиме реального времени.

2.5. Универсальность применения рассмотренных видов волатильности для различных глубин горизонта исследования Δt также вызывает сомнение. В работах [38; 41; 48] было показано, что использование в анализе рыночных процессов котировок с частотой дискретности менее часа приводит к существенной систематической ошибке в оценке волатильности. Тем самым – в трех различных исследованиях автономно были сделаны выводы о несостоятельности реализованной волатильности по А. В. Щерба [31] для малых глубин горизонта исследования.

Учитывая неоднородность времени в СЭС (неоднородность экономического времени была отмечена в [16, с. 211]), этот недостаток рассмотренных видов волатильности также является существенным. Неоднородность экономического времени, которая является атрибутом социально-экономических систем, иллюстрируется данными табл. 2 по столбцам (см. расчетные данные для различных значений Δt). Подробнее о неоднородности экономического времени см. в [14].

2.6. Практически все рассматриваемые подходы к вычислению волатильности цены на финансовых рынках имеют стационарный характер. Но в этом случае временные ряды цен должны быть стационарными, чего на практике не наблюдается.

Более того, рассмотренные выше подходы к определению понятия волатильности не совсем отражают смысл изменчивости рынка, которая, как правило, имеет кратковременное, текущее влияние на динамику цены (см. эпиграф к статье). В описанных выше примерах волатильность рассматривается как суммарная характеристика динамики цены. Но на практике эту экономическую категорию, как правило, используют для текущих прогнозов будущего значения цены на

финансовых рынках. То есть вроде бы исследователю нужнее знать текущую картину процессов в рынке во время t , а ему – по рассмотренным выше видам волатильности – предлагаются результаты расчетов за значительный период времени $T=t+n\Delta t$, предшествующий моменту исследования t . Такое несоответствие вносит в сам процесс вычисления значения волатильности и ее использования элемент некорректности.

Слабая адаптивность описанных выше подходов к динамическим изменениям (см. эпиграф), происходящим на финансовых рынках (а в модели Блэка – Шоулза [34] волатильность – вообще постоянная величина, чего на практике не наблюдается), делает эти подходы малопродуктивными для практической торговли.

2.7. В алгоритмах расчетов всех рассмотренных видов волатильности используется не вся информация о динамике цены на финансовых рынках, что также несколько снижает их адекватность.

Цены на финансовых рынках, как правило, поставляются пользователям в виде четырехмерного вектор-ряда цен $P(t)=(Open(t), High(t), Low(t), Close(t))$ (см. рис. 1). При этом если за период времени Δt , который иногда называют «глубиной горизонта» японской свечи, $Open(t) > Close(t)$, то свечу окрашивают в черный цвет (свеча 2 на рис. 1). А если за период времени Δt $Open(t) < Close(t)$, то свечу окрашивают в белый цвет (свеча 1 на рис. 1). Диагонали в телах свечей отражают итоговую направленность тренда за период времени Δt .

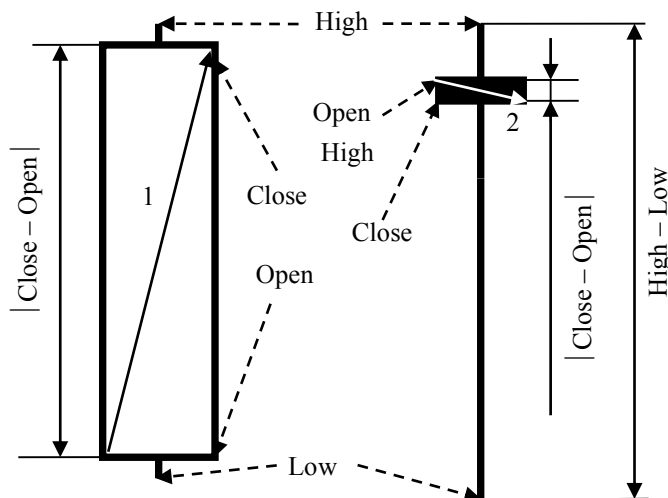


Рис. 1. Представление цены за период времени Δt в виде японских свечей
Источник: [?].

Подробнее про японские свечи – см. [18].

Таким образом, японская свеча – это специфический графический образ, характеризующий динамику рыночной цены за период времени Δt , которая имеет пять параметров, дающих информацию участникам рынка о динамике цены: $Open(t)$, $Close(t)$, $High(t)$, $Low(t)$ и цвет свечи (направленность текущего тренда).

Количественные показатели текущей свечи отображают процесс текущего формирования и движения цены за период времени Δt , где Δt – глубина избранного для анализа горизонта (периодичность поступления котировок).

2.8. В рассмотренных выше видах волатильности не совсем понятен их социально-экономический смысл и, следовательно, методика его применения в анализе рыночных процессов. В [12] показано, что на финансовых рынках присутствуют рефлексивные процессы, которые являются неотъемлемым атрибутом таких социально-экономических систем и отражают динамическое взаимное влияние социума, являющегося элементом системы и самого рынка как системы. Отсутствие социальных аспектов существенно снижает методологическую ценность описанных выше видов волатильности. А ведь динамика цены на финансовых рынках изменяется не только под воздействием внешних факторов, но также, причем в значительной мере, эндогенными эффектами, специфическими для внутренней работы самих рынков (в том числе ожиданиями и предпочтениями экономических агентов о будущей динамике цены – рефлексивность рынка).

Цена любой сделки на финансовом рынке – результат консенсуса мнений (инвестиционных предпочтений) покупателя и продавца о будущей динамике цены финансового инструмента с учетом доходности и риска. В этом смысле японская свеча за период времени Δt предлагает нам четыре таких консенсуса: *Open(t)*, *Close(t)*, *High(t)* и *Low(t)*. При этом различия в значениях этих четырех цен легко объяснимы с позиции подхода с использованием поведенческих финансов. Просто участники сделки, заключенной по любой из этих цен, пришли именно к такому собственному мнению о текущем значении «справедливой» цены на финансовый инструмент ввиду их текущих инвестиционных предпочтений. А на инвестиционные предпочтения экономических агентов в значительной мере оказывает влияние, в том числе, психология рынка. Именно поэтому (с учетом существующих различий в психологических и инвестиционных предпочтениях экономических агентов) в построении свечи присутствуют четыре цены – *Open(t)*, *Close(t)*, *High(t)* и *Low(t)*, которые, как показывает практика, крайне редко равны друг другу.

Подробнее про поведенческие финансы – см., например, в [4; 7; 13; 23].

3. Показатель текущей волатильности как количественная мера процессов, проходящих на финансовых рынках, и его основные методологические характеристики

Рассмотрим меру волатильности динамики цены на финансовых рынках, расчет которой построен на ином принципе, принципиально отличном от вышеописанных подходов к измерению волатильности: показатель текущей волатильности *CV(t)* (от англ. Current Volatility), величина которого, в отличие от описанных прежде значений термина волатильности, не учитывает «историю» динамики цены на рынке за продолжительный период времени, а отображает текущие настроения участников рынка и их мысли по поводу текущего значения цены и ее возможной будущей динамики и определяется из геометрии текущей свечи, которая анализируется:

$$CV(t) = \frac{\sqrt{(High(t) - AP(t))^2} + \sqrt{(Low(t) - AP(t))^2}}{\sqrt{(Close(t) - AP(t))^2} + \sqrt{(Open(t) - AP(t))^2}}, \quad (1)$$

где $AP(t) = (Open(t) + Close(t) + High(t) + Low(t)) / 4$; $Open(t)$ – цена открытия анализируемого периода Δt ; $Close(t)$ – цена закрытия анализируемого периода времени Δt ; $High(t)$ – максимальная цена за анализируемый период Δt ; $Low(t)$ – минимальная цена за анализируемый период Δt .

Таким образом, показатель $CV(t)$ является мерой изменчивости геометрических габаритов свечи (см. рис. 1), характеризующих текущие тенденции в динамике цены за период времени Δt , учитывающей всю текущую информацию по свече. С позиций поведенческих финансов $CV(t)$ – мера отклонения мнений экономических агентов о текущей динамике рыночной цены на финансовый инструмент за анализируемый период Δt («цена» свечи или глубина анализируемого горизонта) и их ожиданий и предпочтений по будущей динамике цены, отличающихся от текущей среднеарифметической цены $AP(t)$.

Следует отметить, что текущая рыночная цена на финансовый инструмент практически не совпадает с $AP(t)$, но в рамках проводимого исследования это – не так уж важно, так как здесь используются лишь значения, определяющие геометрию свечи.

После некоторых преобразований, учитывающих геометрию свечи, и то, что $High(t) \geq Low(t)$ всегда, а $Open(t)$ может быть как меньше, так и $Low(t)$ – из формулы (1) можно исключить $AP(t)$, приведя ее к следующему виду:

$$CV(t) = \frac{|High(t) - AP(t)| + |(Low(t) - AP(t))|}{|Open(t) - AP(t)| + |Close(t) - AP(t)|} = \frac{High(t) - Low(t)}{|Open(t) - Close(t)|} \geq 1. \quad (2)$$

Значение показателя $CV(t)$, в силу механизма его вычисления, имеет ограничение снизу: $CV(t) \geq 1$. Модуль в знаменателе формулы (2) учитывает возможность того, что $Open(t)$ может быть как больше, так и меньше $Close(t)$ (черная или белая свеча). В числителе модуль отсутствует, так как $High(t) \geq Low(t)$ всегда (см. рис. 1).

Формула (2) определяет, во сколько раз высота «тела» свечи – в диапазоне цен $Open(t) \div Close(t)$ – меньше высоты «теней» той же свечи – в диапазоне цен $High(t) \div Low(t)$ (см. рис. 1). Показатель $CV(t)$ – своеобразный аналог показателя Херста, который используется для определения величины фрактальности временных рядов с учетом размаха величины членов временного ряда (о показателе Херста см. в [28]).

В случае если знаменатель формулы (2) равен нулю, применяется формула (3), являющаяся модификацией формулы (2):

$$CV(t) = \frac{High(t) - Low(t) + \varepsilon}{\varepsilon} \geq 1, \quad (3)$$

где ε – величина, меньшая на порядок, чем величины, участвующие в расчете. В нашем случае $\varepsilon = 1/10$ котировочного пункта. То есть ε меньше любого значения цены, участвующего в расчетах, как минимум в 10 раз.

Формула (3) предназначена для свечей, у которых $|Open(t) - Close(t)| = 0$ («тело» свечи – в интервале $Open(t) \div Close(t)$ имеет нулевую высоту), и позволяет различать, на сколько значение $CV(t)$ отличается для свечей с различной геометрией «теней» (часть, оставшаяся вне «тела» свечи). Так, например, «тело» свечи № 2 (см. рис. 1) имеет практически нулевую высоту. Свечи с таким «телом» появляются на экранах мониторов участников торгов, как правило, когда происходит либо смена текущего тренда, либо его коррекция. То есть уменьшение размеров «тела» текущей свечи при росте его «теней» (как это выглядит для свечи 2 на рис. 1) подает сигнал участникам торгов о том, что текущий тренд снижает скорость своего роста. Напротив, свечи, «тело» которых существенно больше «теней» (см. свечу № 1 на рис. 1), «сообщают» участникам торгов о том, что текущий тренд скорее всего будет продолжаться.

Социально-экономический смысл показателя $CV(t)$, рассчитанного по формуле (2), заключается в том, что этот показатель показывает, насколько однообразны (разнообразны) инвестиционные предпочтения экономических агентов за период времени Δt . И насколько тренд, действующий в течение исследуемого текущего периода Δt , является предсказуемым (непредсказуемым) для продолжения торговли в рынке, что находит отражение в геометрии текущей свечи.

Именно учет лишь текущих количественных характеристик рыночных процессов (при расчете используются только текущие члены временного ряда за период времени Δt) показателя $CV(t)$ является важнейшим его плюсом, так как позволяет анализировать изменчивость поведения рынка без учета «системной памяти». В этом смысле показатель $CV(t)$ можно отнести к такому классу инструментов технического анализа, как осцилляторы, которые также измеряют лишь текущие изменения рыночных показателей.

Чем значение $CV(t)$ больше единицы, тем значительно отличаются текущие мнения экономических агентов о соответствии текущей цены на анализируемый финансовый инструмент за период времени Δt текущему тренду.

Как только значение показателя $CV(t)$ начинает существенно превышать единицу, это означает, что общая длина «теней» существенно больше длины «тела» свечи. Как показали исследования, это происходит, когда на рынке – боковой или вяло текущий тренд, и текущие мнения экономических агентов о будущей динамике цены становятся разноречивыми, и следует ожидать существенного изменения текущего тренда – ослабления или разворота текущего тренда – то есть повышения непредсказуемости поведения динамики цены. Снижение величины $CV(t)$ (свеча по своей геометрии приближается к прямоугольнику без «теней») отражает повышение единодушия экономических агентов во взглядах о будущей динамике цены на рынке и текущий тренд, по крайней мере, начал формироваться. Таким образом, показатель $CV(t)$ следует считать количественной мерой изменчивости (волатильности) текущих предпочтений экономических агентов по поводу будущей динамики цены.

Показатель $CV(t)$, в силу заложенного в него социально-экономического смысла и учета только текущих входных значений, участвующих в расчетах, лишен недостатков, которые были отмечены в параграфах 1–2 у рассмотренных выше видов волатильности. Полное отсутствие параметров, используемых при расчете $CV(t)$,

также выгодно его отличает от мер волатильности, рассмотренных в предыдущих параграфах.

Исходя из социально-экономического смысла, заложенного в понятие текущей волатильности, показатель $CV(t)$ можно считать количественной мерой рефлексивности финансового рынка по Соросу, что было показано в [8; 12]: если значение показателя $CV(t)$ уменьшается, то предполагается, что мнения участников торговли о будущей динамике цены становятся более единодушными. Это единство мнений, в свою очередь, приводит (в силу рефлексивности процессов, проходящих на финансовых рынках) к тому, что формируется новый тренд. Таким образом, изменение значения показателя $CV(t)$ не только агрегировано отражает изменения в настроениях и психологических предпочтениях экономических агентов, но и является предвестником будущих изменений в динамике цены на финансовый актив. Концепция рефлексивности на финансовых рынках по Соросу изложена в [26] и дополнена в [12].

Более того, в [5] с помощью энтропии Грассбергера – Прокачиа было показано, что показатель $CV(t)$ можно также считать количественной мерой риска получения убытков при совершении торговых операций на финансовых рынках.

Это позволяет считать показатель $CV(t)$ динамической мерой количественной оценки текущих психологических настроений и предпочтений участников финансового рынка, что говорит, в том числе, о значимости показателя $CV(t)$ на междисциплинарном уровне.

4. Методологические аспекты использования показателя текущей волатильности в прикладных задачах

4.1. В качестве примеров, где целесообразно использование показателя $CV(t)$, можно предложить, например, процессы, связанные с выявлением конъюнктуры рынка произвольных товаров (работ, услуг) и аналогичные им процессы, где требуется определение доминирующих настроений участников таких процессов. Пример: для анализа и прогнозирования объемов заказов товаров для супермаркета необходимо учитывать текущий спрос на эти товары.

При определении оптимальных текущих объемов сырья для производства (чтобы не загружать излишне склад) также возможно использование показателя $CV(t)$ для разрешения этой проблемы.

Практическое применение показателя $CV(t)$ в анализе процессов, проходящих на финансовых рынках, имеет несколько направлений:

4.2. Динамика одного и того же финансового инструмента на различных финансовых рынках может отличаться (иногда существенно). Это связано со специфическими особенностями того или иного рынка: специфические правила торгов; географическое расположение рынка, при котором следует учитывать, в том числе, ментальность участников торгов; разнообразие и ликвидность финансовых инструментов, представленных на конкретном рынке; среднесуточные объемы торгов, выраженные в денежном эквиваленте и в количестве заключаемых сделок, и много другое.

В связи с этим часто на передний план характеристики рынка выдвигается его волатильность в качестве количественной меры риска совершения сделок и, соответственно, возможности получения премии за этот риск. В зависимости от величины волатильности, финансовый рынок становится более (или менее) предпочтительным для того или иного инвестора, учитывая его отношения к риску.

С целью определения наиболее комфортного финансового рынка для конкретного инвестора (с точки зрения особенностей его инвестиционных предпочтений) можно использовать следующую интегральную меру волатильности финансового рынка:

$$CV_{int} = \frac{\sum_{i=1}^n CV_i}{n}, \quad (4)$$

где CV_{int} – интегральная мера волатильности рынка, учитывающая глубину исследуемого горизонта (периодичность предоставления котировок) Δt ; CV_i – значение текущей волатильности за i -тый период времени Δt ; n – количество анализируемых периодов времени Δt (глубина «памяти» рынка). Входной параметр, назначаемый пользователем.

Такая интегральная мера волатильности финансового рынка позволяет адекватно оценить, с учетом конкретных инвестиционных предпочтений экономического агента (например его отношения к дилемме «доходность или риск»), насколько динамика того или иного финансового инструмента была волатильна за предыдущие n периодов времени Δt на выбранном финансовом рынке. И, если величина интегральной меры волатильности рынка окажется слишком большой (слишком малой), по мнению экономического агента, он, при помощи все той же интегральной меры, сможет выбрать иной финансовый инструмент, волатильность которого будет соответствовать его инвестиционной стратегии. Ведь большая волатильность рынка отражает тот факт, что движение цен на таком рынке – очень активно. Следовательно, возможность заработать на нем выше (так как чаще действующий тренд изменяет свое направление). Но при этом и риск получить убыток тоже выше.

Аналогичный механизм с использованием CV_{int} можно предложить для решения задачи выбора из альтернативных товаров при их приобретении супермаркетом для выявления более предсказуемого спроса.

При этом, учитывая постановку задачи, использование CV_{int} в этих случаях не требует дополнительного исследования по поиску эффективного значения глубины системной «памяти» n , проблемы которого обсуждались выше.

4.3. Показатель $CV(t)$ можно также применять в прогнозировании динамики цены анализируемого актива с учетом рефлексивности рынка. Основная идея, заложенная в использование $CV(t)$ для прогнозирования динамики цены на финансовых рынках, заключается в следующем: относительное текущее уменьшение величины показателя $CV(t)$ говорит о том, что рынок как система стал более однородным в предпочтениях экономических агентов по поводу будущей динамики цены. Это, в свою очередь, делает эту динамику более предсказуемой.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВОЛАТИЛЬНОСТИ

Была разработана следующая модель, которая использует особенности показателя $CV(t)$ для анализа и прогнозирования динамики цены на финансовых рынках:

$$MP(t) = \begin{cases} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m CV_{t-i\Delta t} \\ CV_t \end{array} \right\} > n; \text{ начало покупки} \\ \Delta P_t > 0 \\ \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m CV_{t-i\Delta t} \\ CV_t \end{array} \right\} > n; \text{ начало продажи} \\ \Delta P_t < 0 \end{cases}, \quad (5)$$

где $MP(t)$ – оператор, который переводит из пространства вектор-функции $P(t) = (Open(t), High(t), Low(t), Close(t))$ в пространство принятия решений {«покупать», «продавать», «ничего не предпринимать»}; P_t – текущая цена на финансовый инструмент; $\Delta P_t = P_t - P_{t-1}$; CV_t – текущее значение показателя CV ; n – пороговое значение относительного изменения текущей волатильности CV_t или показатель того, во сколько раз снизилась величина текущего риска получения убытков при осуществлении торговых операций на рынке. Входной параметр (положительное число), задаваемый пользователем для адаптации модели к уровню текущей волатильности анализируемого рынка; m – количество свечей, участвующих в расчете, – количественный показатель уровня детерминизма в текущем тренде или глубина системной «памяти» рынка, который учитывается в расчетах. Входной параметр (натуральное число), задаваемый пользователем для адаптации модели к уровню текущей волатильности анализируемого рынка.

Под количественной мерой эффективности применения модели (5) условимся понимать размер дохода от операций на финансовом рынке с использованием модели.

Анализ апробации модели (5) на рынках различного актива и различной глубины горизонта показал следующее:

– величина параметра n , способствующая повышению эффективности применения модели (5), существенно зависит от волатильности рынка, вычисляемой по формуле (2): с ростом значения CV_{int} увеличивается эффективное значение параметра n . Это подтверждает выдвинутую гипотезу о методологическом значении показателя CV_{int} ;

– величина параметра m , способствующая повышению эффективности применения модели (5), как правило, не превышает 3 свечей, что подтверждает выдвинутое ранее предположение о короткой системной «памяти» рынка.

В работах [10; 11] были проведены исследования по области эффективного применения модели (5) в зависимости от глубины анализируемого горизонта Δt для различных финансовых активов. Анализ полученных данных позволил сделать

вывод, что при $m=n=2$ модель (5) эффективно можно использовать только для торговли с глубиной горизонта менее 1 суток. Кроме того, полученные данные делают правдоподобной гипотезу о том, что прогнозировать динамику цены на финансовые инструменты на глубину прогнозного горизонта более суток – занятие мало перспективное.

Исследования показали, что короткая системная «память» ($n \leq 5$), как правило, явно выражена в динамике цены на финансовых рынках, где одновременно присутствует большое количество экономических агентов и, соответственно, объемы сделок также велики (FOREX, рынки золота, нефти, NYSE и другие рынки, ориентированные, в первую очередь, на аутсайдеров). На фондовых рынках, ориентированных на инсайдерскую модель корпоративного управления (Франкфуртская биржа, РТС), может наблюдаться эффект более длинной системной «памяти» рынка (см., например, [43]). Подробнее про влияние инсайдерской и аутсайдерской модели на развитие фондового рынка см. в [2].

В силу заложенного в показатель $CV(t)$ смысла – применять этот показатель для анализа и прогнозирования динамики цены лучше на аутсайдерских рынках (с широким кругом внешних инвесторов с разнообразными инвестиционными предпочтениями). На инсайдерских рынках эффективность применения модели (5) несколько снижается.

4.4. Модель (5), при соответствующей ее корректировке, можно также применять при решении финансовых задач прогнозирования, не связанных с финансовыми рынками. Например, для определения оптимальных размеров текущих закупок объемов сырья для производства (чтобы не загружать излишне склад).

При этом показатель $CV(t)$ также можно использовать при анализе социально-экономических процессов, представленных одномерным динамическим временным рядом. Для этого одномерный временной ряд значений анализируемого показателя следует разбить на равные интервалы времени Δt (например, недели, декады, месяцы и т. д.). Затем построить внутри такого интервала японскую свечу, используя максимальное и минимальное значения временного ряда за период времени Δt (равного неделе, декаде, месяцу и т. д.), а также значения временного ряда на начало и конец периода Δt . После этого полученный набор японских свечей можно анализировать с помощью показателя $CV(t)$.

Аналогичный механизм с использованием $CV(t)$ можно предложить для решения задачи выбора из альтернативных товаров при их приобретении супермаркетом для выявления более предсказуемого спроса.

В качестве примеров, где целесообразно использование показателя $CV(t)$, можно предложить, например, процессы, связанные с выявлением конъюнктуры рынка произвольных товаров (работ, услуг) и аналогичные им процессы, где требуется определение доминирующих настроений участников таких процессов. Пример: для анализа и прогнозирования объемов заказов товаров для супермаркета необходимо учитывать текущий спрос на эти товары.

При определении оптимальных текущих объемов сырья для производства (чтобы не загружать излишне склад) также возможно использование показателя $CV(t)$ для разрешения этой задачи.

4.5. Рекомендуется использование описанного приема использования показателя $CV(t)$ для таких количественных показателей социально-экономических процессов, где можно выделить социально-экономическое значение этого показателя (предпочтения, ожидания и т. п.), так как смысл, заложенный в показатель $CV(t)$, предполагает его использование именно в таком поведенческом аспекте: как количественную меру предпочтений участников социально-экономических процессов (лиц, принимающих финансово-экономические решения).

Требования к анализируемому процессу при использовании показателя $CV(t)$ в качестве инструмента следующие:

- количество членов исходного анализируемого одномерного ряда должно быть достаточно велико, чтобы его можно было использовать для построения четырехмерного ряда свечей с периодичностью формирования свечи через промежуток времени Δt (как правило, речь идет о нескольких сотнях членов исходного анализируемого одномерного ряда). При этом нужно, чтобы исследуемая выборка была репрезентативной с точки зрения описываемого процесса;

- лучше, чтобы измерения для построения исходного анализируемого одномерного ряда проводились через равные интервалы времени – для повышения однородности исходной информации для построения четырехмерного ряда свечей;

- существенно с позиций поведенческих финансов, чтобы влияние на изменение величины анализируемого показателя оказывало достаточно большое количество экономических агентов (от нескольких десятков) – для повышения гетероморфности их ожиданий и предпочтений о динамике процесса за период времени Δt .

Подобный алгоритм был использован при решении проблемы использования остатков средств на текущих счетах вкладчиков банка в качестве ресурсной базы для пополнения кредитного портфеля коммерческого банка [9].

ВЫВОДЫ

Резюмируя вышесказанное, можно сделать вывод о том, что рассмотренные в работе подходы к определению понятия «волатильность» и, как следствие, методы ее измерения – недостаточно адекватны с методологической точки зрения для применения их в исследованиях социально-экономических процессов.

Как видно из проведенного исследования, при моделировании динамических процессов в социально-экономических системах следует учитывать эффективную глубину системной «памяти».

Увеличение количества параметров при моделировании процессов, проходящих в социально-экономических системах, не только усложняет модель, но также, учитывая динамически изменяющиеся характеристики таких систем, приводит к снижению адекватности модели.

При моделировании процессов, проходящих в социально-экономических системах, необходимо учитывать глубину горизонта исследования. Неучёт этого атрибута системы, ввиду неоднородности экономического времени, приводит к снижению адекватности модели.

В работе рассмотрены основные методологические характеристики показателя текущей волатильности $CV(t)$, учитывающего междисциплинарную природу экономической категории «волатильность» и дающие право считать его количественной мерой рефлексивности социально-экономических процессов, проходящих на финансовых рынках.

Показано, что показатель $CV(t)$ принципиально (по механизму расчета) отличается от иных показателей волатильности, рассмотренных в работе, и лишен недостатков, отмеченных в рассмотренных видах волатильности. При этом социально-экономический смысл, заложенный в показатель текущей волатильности $CV(t)$, выгодно отличает его от других видов волатильности.

Показатель текущей волатильности $CV(t)$ можно использовать для анализа динамических временных рядов, характеризующих не только социально-экономические процессы. После проведения некоторого предварительного анализа с целью определения конкретного смысла, закладываемого в показатель $CV(t)$, его можно использовать для анализа и прогнозирования временных рядов, описывающих процессы произвольной природы – в физике, биологии, социологии и др. Но это – предмет будущих исследований.

Список литературы

1. Балацкий Е. В. Факторы формирования валютных курсов: плюрализм моделей, теорий и концепций // *Мировая экономика и международные отношения*. 2003. № 1. С. 46–58.
2. Боднер Г. Д., Кусый М. Ю. Рефлексивная связь между характером корпоративных отношений и развитием фондового рынка // *Культура народов Причерноморья*. 2006. № 73. С. 33–37.
3. Бурнаев Е. В. Непараметрическое моделирование и прогнозирование волатильности нестационарных финансовых рядов. М.: Выч. Центр им. А. А. Дородницына РАН, 2006. 80 с.
4. Ващенко Т. В., Лисицына Е. В. Поведенческие финансы — новое направление финансового менеджмента. История возникновения и развития // *Финансовый менеджмент*. № 1. 2006. URL: <http://www.dis.ru/library/fm/archive/2006/1/4068.html>.
5. Ермоленко Г. Г., Кусый М. Ю., Морозов Р. А., Щербина С. В. Выявление зависимости волатильности от энтропии на FOREX // *Культура народов Причерноморья*. 2006. № 74, т. 2. С. 16–19.
6. Кальниня И., Сизова Н. Оценивание волатильности на данных высокой частотности // *Квантиль*. 2015. № 13. С. 3–14.
7. Канеман Д. Принятие решений в неопределенности. М.: Гуманитарный центр, 2005. 632 с.
8. Кусый М. Ю. Методологические основы применения рефлексивности в прогнозном моделировании трендов на финансовых рынках // *Рефлексивные процессы в экономике: концепции, модели, прикладные аспекты: монография; под ред. Р. Н. Лепы: НАН Украины, Ин-т экономики протсти. Донецк: АПЕКС, 2011. С. 144–162.*
9. Кусый М. Ю., Кусый П. М., Морозов Р. А., Морозова Г. С. Модель использования остатков средств на текущих клиентских счетах в качестве ресурсной базы банка // *Культура народов Причерноморья*. 2007. № 108. С. 40–42.
10. Кусый М. Ю., Морозова Г. С. Определение области эффективного применения прогнозной модели динамики цены на FOREX с учетом текущей волатильности рынка // *Культура народов Причерноморья*. 2008. № 124. С. 33–36.
11. Кусый М. Ю., Дорошенко А. Н., Сивура П. А. Определение области эффективного применения прогнозных моделей динамики цены на фондовом рынке с учетом текущей волатильности рынка // *Культура народов Причерноморья*. 2008. № 140. С. 92–96.
12. Кусый М. Ю. Рефлексивность как атрибут системной сложности финансового рынка // *Труды ИСА РАН*. 2015. Т. 65, Вып. 2. С. 53–65.
13. Кусый М. Ю. Текущая волатильность. Методологические и прикладные аспекты: монография. Симферополь: ДИАЙПИ, 2015. 184 с.

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗМЕРЕНИЯ ВОЛАТИЛЬНОСТИ

14. Куссый М. Ю. Фрактальный полиформизм на финансовых рынках: методологическое значение // Анализ, моделирование, управление, развитие социально-экономических систем: сборник научных трудов XI Международной Школы-симпозиума АМУР-2017 (Симферополь-Судак, 14–27 сентября 2017) / Под общ. ред. А. В. Сигала. Симферополь: ИП Корниенко А. А., 2017. С. 218–221.
15. Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы. М.: Институт компьютерных исследований, 2002. 656 с.
16. Мандельброт Б., Хадсон Р. Л. (Не)послушные рынки: фрактальная революция в финансах. М.: Вильямс, 2006. 400 с.
17. Морозов И. В., Фатхуллин Р. Р. FOREX: от простого к сложному. Новые возможности с клиентским терминалом «MetaTrader». М.: ООО «Телетрейд», 2005. 448 с.
18. Моррис Л. Г. «Японские свечи»: метод анализа акций и фьючерсов, проверенный временем / пер. с англ. М.: Альпина Паблишер, 2001. 311 с.
19. Натенберг Ш. Опционы: Волатильность и оценка стоимости. Стратегии и методы опционной торговли; Пер. с англ. М.: Альпина Бизнес Букс, 2007. 544 с.
20. Петерс Э. Хаос и порядок на рынках капитала. Аналитический взгляд на циклы, цены и изменчивость рынка: пер. с англ. М.: Мир, 2000. С. 42.
21. Полтерович В. М. (1997) Кризис экономической теории // Доклад на научном семинаре Отделения экономики и ЦЭМИ РАН «Неизвестная экономика». URL: http://lukuyanenko.at.ua/_ld/1/126____.pdf.
22. Росси Э. Одномерные GARCH-модели: обзор // Квантиль. 2010. № 8. С. 1–67.
23. Рудык Н. Б. Поведенческие финансы или между страхом и алчностью. М.: Дело, 2004. 272 с.
24. Сайт «AutoTrade». Omega Research Trade Station 2000i. URL: <http://www.yurikon.net/omega>.
25. Сайт группы «ФИНАМ». URL: <https://www.finam.ru/analysis/profile/tovary/brent/export>.
26. Сорос Дж. Алхимия финансов. М.: Инфра-М, 2001. С. 42–55.
27. Твардовский В. Фрактальные свойства волатильности и применение «черного шума» для тестирования торговых систем. URL: <http://www.itinvest.ru/editorfiles/File/upload/1172fractals.doc>.
28. Федер Е. Фракталы. М.: Мир, 1991. С. 151–154.
29. Филипченко Ю. А. Изменчивость и методы ее изучения / отв. ред. П. Ф. Рокицкий. Изд. 6-е. М.: ЛИБРОКОМ, 2012. 232 с. (Из наследия естественнонаучной мысли: биология)
30. Чекулаев М. Риск-менеджмент: управления финансовыми рисками на основе анализа волатильности. М.: Альпина Паблишер, 2002. 344 с.
31. Щерба А. В. Сравнение моделей реализованной волатильности на примере оценки меры риска VaR для российского рынка акций // Прикладная эконометрика. 2014. № 34. С. 120–136.
32. Alexander S. Price movements in speculative markets: trends or random walks // International Management Review. 1961. Vol. 2. P. 7–26.
33. Andersen T., Bollerslev T., Diebold F. X., Labys P. Modeling and Forecasting Realized Volatility // Econometrica. 2003. No 71. P. 529–626.
34. Black F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities // The Journal of Political Economy. 1973. Vol. 81, No 3. P. 637–654.
35. Bollerslev T., Engle R. F., Nelson D. B. ARCH Models / in Handbook of Econometrics (Volume IV). Amsterdam: North-Holland, 1994. P. 2959–3038.
36. Casdagli M. Chaos and deterministic versus stochastic non-linear modeling // Journal of the Royal Statistical Society. 1991. Vol. 54. P. 167–182.
37. Cheung Y.-W. Long Memory in Foreign Exchange Rates // Journal of Business and Economic Statistics. 1993. Vol. 11. P. 93–101.
38. Corsi F., Zumbach G., Mauller U. A., Dacorogna M. Consistent high-precision volatility from high-frequency data // Economic Notes. 2001. No 30 (2). P. 183–204.
39. Ding Z., Granger C. W. J., Engle R. F. A long memory property of stock market returns and a new model // Journal of Empirical Finance. 1993. Vol. 1, Issue 1. P. 83–106.
40. Hansen P. R., Lunde A. A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)? // Journal of Applied Econometrics. 2005. No 20. P. 873–889.
41. Harris L. Estimation of stock price variances and serial covariances from discrete observations // Journal of Financial and Quantitative Analysis. 1990. No 25 (3). P. 291–306.

42. Hsieh O. A. Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets // *Journal of Finance*. 1991. Vol. 46. P. 1839–1877.
43. Leonidov A. Long memory in stock trading // *International Journal of Theoretical and Applied Finance*. 2004. Vol. 7, No 7. P. 879–885.
44. Lillo F., Farmer J. D. The long memory of the efficient market // *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*. 2004. Vol. 8, Issue 3. URL: <http://tuvalu.santafe.edu/~jdf/papers/longmemory.pdf>.
45. Manganelli S., Engle R. F. Value at risk models in finance // *European Central Bank Working Paper Series*. 2001. No 75, August. URL: <https://www.ecb.europa.eu/pub/pdf/scpwps/ecbwp075.pdf?759ddbf3896a33f9555f23aeb8a675>.
46. Pincus S., Kalman R. E. Irregularity, volatility, risk, and financial market time series // *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*. 2004. Vol. 101, No 38. P. 13709–13714.
44. Poon S.-H., Granger C. W. J. Forecasting volatility in financial markets: a review // *Journal of Economic Literature*. 2003. Vol. XLI, June. P. 478–539.
48. Zhou B. High-frequency data and volatility in foreign-exchange rates // *Journal of Business & Economic Statistics*. 1996. No 14 (1). P. 45–52.

Статья поступила в редакцию 14.02.2018